Estudios Filosóficos LVI (2007) 229 ~ 248

IMÁGENES DEL HACER MATEMÁTICO

Javier de Lorenzo
Universidad de Valladolid

***Resumen:** Como actividad del matemático, el Hacer matemático, como cualquier otra práctica, conlleva una serie de imágenes que, en más de una ocasión, lo distorsiona. Se enumeran algunas imágenes como las de hacer formativo –y su obligatoriedad en la enseñanza–, formal, estático pero acumulativo, modelo de rigor, mero cálculo numérico, hacer demostrativo... Imágenes a veces contrapuestas entre sí pero, a pesar de ello, mantenidas por los mismos sujetos en muchos casos.*

1. Cuando se piensa en el Hacer matemático, junto a su consideración de praxis matemática interna, surgen multitud de imágenes que lo entornan y que, soportadas por lo mediático, y siendo imágenes o sombras, distorsionan la visión de este Hacer, las ideas que se tienen del mismo. Imágenes como las que se reflejan en esos espejos cóncavos unos, convexos otros que distorsionan al espectador que se ve en ellos alargado o ancho, deforme en cualquier caso. Lo mismo ocurre con el Hacer matemático, un hacer o praxis proteico, nunca cerrado o clausurado sino en permanente transformación, construido y trabajado por algunos miembros de la especie humana, ligado a la sociedad en la que, en cada momento, se realiza. Por ese enlace, por darse en una sociedad y en un momento temporal, va acompañado, lo quiera o no, de las valoraciones propias que entornan a esa sociedad y en ese instante.

De este halo de imágenes voy a mencionar algunas, que no cubren el total de las que se producen en torno a este hacer. Imágenes que se solapan y entrecruzan, se contraponen entre sí. Incluso en este último caso, entre aquellas que parecen opuestas, hay algunas que pueden ser sostenidas por un mismo pensador o científico, por un mismo grupo social.

Haz de imágenes de las cuales muy pocas proceden de la praxis interna matemática porque la mayoría no pertenecen al Hacer matemático en sí, sino al entorno en el cual ese Hacer, como actividad, se va produciendo. A pesar de lo cual se proyectan y atribuyen como propias del mismo. Imágenes que, en algunos casos, llegan a comportar auténticas concepciones, metáforas-raíz que tienen sus repercusiones no solo a nivel individual sino básicamente social.

a. Una primera imagen, que nos afecta a todos, es aquella que ve a la Matemática como un hacer formativo, básico para la educación de los individuos y, con ello, disciplina obligatoria a enseñar y dominar desde la más tierna infancia. Como consecuencia, si los individuos fracasan en lo escolar, el fracaso se achaca a la Matemática –y más en cuanto más "moderna"– y se habla de fracaso escolar. No se atribuye el fracaso a la Enseñanza física, por ejemplo, sino a la Matemática.

Con unas inflexiones en cuanto a la atribución de este fracaso porque si en un primer momento se atribuyó al individuo, al niño que era quien no sabía sumar, en los últimos tiempos se ha pasado a atribuirlo a la sociedad que es la que no obtiene resultados "positivos" en el ejercicio de esa enseñanza. Como la sociedad delega en manos de unos determinados profesionales la enseñanza, la última responsabilidad del fracaso se centra en dichos profesionales. Se les acusa, en último término, no ya de que no dominen los contenidos de su disciplina –eso parece no importar mucho– sino de las técnicas didáctico-pedagógicas, las artes del engaño correspondientes, así como del escaso número de horas dedicado a la enseñanza de las matemáticas, número que debe ser reforzado. En esta inflexión basta ver las repercusiones del informe Pisa en los elementos mediáticos y políticos...

Es una imagen en la que se entrecruzan otras que la subtienden y que atribuyen a la Matemática un papel que, desde mi punto de vista, no tiene, y se la adopta junto a otras disciplinas, en función no ya de la persona en sí, de su formación como tal, sino del individuo como "servidor de", servidor de un Estado al que pertenece y al cual ha de servir. Es la exigencia de Félix Klein en los comienzos del siglo XX cuando las reformas educativas se impusieron en toda Europa con el establecimiento de la enseñanza primaria obligatoria. Consecuente Klein, pretende conseguir la obligatoriedad de la enseñanza de la Matemática a todos los niveles.

En un momento histórico y en un tipo de sociedad determinado el estado correspondiente requiere comerciantes, oficinistas, empleados públicos que sepan leer, escribir y hacer cuentas. En otro momento histórico y superada esa fase, parte de la sociedad occidental, la actual sociedad de bienestar, requiere de informáticos, de técnicos de uno u otro nivel, programadores, especialistas en la organización... que, además de leer, escribir y hacer cuentas, sepan de ordenadores y, sobre todo, estén imbuidos de un enfoque ideológico muy específico y propio de este tipo de sociedad básicamente tecnológica. Un matemático español actual[1], pensando en este siglo, en el s. XXI,

1 Manuel DE LEÓN, "Panorama de la Matemática en España", en *Nueva Revista*, 72 (2000) 114.

afirma que en él se requieren “profesionales de las Matemáticas” y no sólo investigadores y docentes: “la sociedad los demanda”.

Exigencia por parte de un extraño ente denominado “sociedad” que refleja la escisión en tres grandes bloques de los usuarios de la Matemática: investigadores, docentes, profesionales; aparte, el resto de los ciudadanos. Consecuente, la idea de realizar más reformas educativas que hagan atractiva la Matemática para obtener “profesionales” que, al parecer, ni investiguen ni enseñen; simplemente usen la Matemática aunque no se especifique en qué consiste este uso ni a qué denominar “profesional” de la Matemática. Y, nuevamente, más reformas en función, e insisto, no de la Matemática, no del individuo, sí de ese extraño ente llamado sociedad que es la que “demanda” profesionales de la Matemática.

La sociedad occidental se ha articulado bajo la presión del comercio, la industria, la técnica; en general, bajo el desarrollo científico y tecnológico y se tiene la idea o concepción de que a esos desarrollos subyace, precisamente, el Hacer matemático. De aquí que el Estado imponga la necesidad de que todo individuo tenga que saber matemática: para ser buen ciudadano, para ser buen profesional, es decir, para servir al desarrollo social consiguiente.

Para no hacerlo tan duro, tan explícito como lo hizo Klein, esta exigencia se oculta en el discurso político bajo un lenguaje ideológico. Se emplean las ideas de un ideal de la humanidad, de formación y perfección del individuo... y se utiliza la Matemática como una de las panaceas para lograr ese ideal aparentemente formativo. El Estado propicia reformas educativas como las que esta sociedad ha ido sufriendo y que en los últimos años van desde la “matemática moderna” hasta la actual “matemática difusa” y no se de la futura que se enmarque en las exigencias de los planes I+D+I...

En cualquier caso, todo individuo ha de someterse al reinado de la Matemática, sea en plan formativo individual, sea en plan de convertirse en profesional o servidor de. La imagen que condiciona la necesidad de ese sometimiento viene apoyada en tres pilares que son disjuntos por encerrar concepciones diferentes entre sí por lo que no deberían ir unidos: la Matemática como hacer formativo; la Matemática como elemento constitutivo de cualquier disciplina científica y tecnológica; la Matemática como motor de la innovación y desarrollo tecnológicos.

Y varios problemas que esta imagen, manejando lo ideológico a través de lo mediático, oculta: por lo pronto, qué considerar Matemática respecto a esos diferentes pilares, si ha de ser la misma o no y en qué consistiría en cada caso. Pero, quizá más importante: a qué llamar hacer formativo y, consecuente, si la Matemática es un hacer de ese tipo y ha de mantenerse en el lugar central que ocupa desde hace años en la Enseñanza elemental donde sustituyó al Latín con la consecuente pérdida de las Humanidades. Problemas que, desde esta imagen, se marginan en momentos como los actuales como si no existieran o no fueran auténticos problemas. Con el reconocimiento de que estas cuestiones tuvieron su papel mediático a mediados de los cincuenta del siglo XX, al menos en Europa, cuando se llevaron a cabo las reformas educativas con el establecimiento de las llamadas “matemáticas modernas”.

b. Enlazada con la anterior, aunque distinta, se encuentra la de enfocar al matemático –y, consecuente, aquello a lo que se dedica ese matemático– como el hombre que calcula, a la vez que personaje un tanto ausente de los asuntos más básicos a los que se dedica el resto de los mortales, de la hoy tan traída y llevada, tan manida ciudadanía. Un cálculo, hay que precisar, estrictamente aritmético. En un restaurante, a quien se le “obliga” a realizar el reparto final de la cuenta es al matemático, si es que algún matemático se encuentra entre los comensales. Lo cual implica que los de letras son o se hacen los anuméricos en contra de la imagen anterior por la cual han sido formados desde su infancia en la Matemática.

Imagen que implica una desconsideración hacia quienes dedican su trabajo a los asuntos de Hacienda que son los que, desde mi punto de vista, saben más de cuentas tanto a nivel de micro como de macroeconomía. Pero también, y es lo más grave, desconsideración hacia los periodistas porque la inmensa mayoría de las noticias que se publican no son más que recetarios de cifras –de muertos en carretera o a causa del cáncer y el tabaco, de las mujeres maltratadas en el mundo por minuto, de las bajadas del dólar y las subidas del petróleo y del euro, de los goles por partido, de porcentajes de niños muertos a causa del hambre, del sida, de las guerras...; en fin, porcentajes de todo tipo–. Lo cual no implica, en modo alguno, que la sociedad a la que van dirigidas esas noticias sea una sociedad constituida de individuos numéricos, sino todo lo contrario. Por anuméricos, pero por admiradores del cienticismo que los números parecen entrañar, se les puede bombardear con cualquier multitud de cifras que son recibidas sin la menor crítica: se las asume como llegan –y, a veces, lo que llega–.

Una imagen que distorsiona el hecho de que la cuantificación y las cuestiones relacionadas con ella vienen condicionados por factores ligados a lo administrativo y económico, a lo técnico y no a lo estrictamente matemático. Desde lo administrativo, desde lo político-social, es desde donde se impone en los demás terrenos.

Como esa computación se refleja en cifras, en números, el contar y medir se extrapola y se atribuye al matemático. Atribución al matemático de algo que le es, esencialmente, impropio. Es claro que el matemático, como ciudadano y evidentemente como matemático, también tiene que calcular, al menos para hacer su declaración de la renta o cuando se centra en temas numéricos o de Combinatoria. Pero hay que insistir en el hecho de que el matemático maneja conceptos, estructuras, teorías y su labor no se reduce a lo estrictamente cuantitativo. Basta acudir a la Geometría y, todavía más, a las nociones topológicas y al Hacer global que es, en principio, no constructivo. Un Hacer desde el que se hizo consecuente que, desde la reforma apoyada en la llamada "matemática moderna", en la Teoría de conjuntos, Juancito no supiera sumar.

Incluso en su relación con lo "aplicado", en sus aplicaciones a la ciencia, el matemático se centra en establecer posibles relaciones funcionales entre conceptos y, más aún, estructurales, por no hablar de la búsqueda de invariantes. Es claro que una relación funcional contiene en sí –como componente constitutiva– un algoritmo si la relación lo es entre conjuntos numéricos –algoritmo que permite llevar a cabo las operaciones, obtener unos resultados a quien aplica estas relaciones funcionales–, pero va más allá porque en la relación funcional también existen otras componentes que nada tienen que ver con lo computable. Componentes que reflejan en ocasiones modos de captación de analogías, por ejemplo, que van mucho más allá de lo cuantitativo.

Más que en lo cuantitativo, el Hacer matemático se ha centrado en la búsqueda de formas y ha creado instrumentos conceptuales muy alejados del cálculo como los que se plasman en la razón argumentativa, en los razonamientos recursivos, ideográficos, deductivos...

La imagen del hombre que calcula como propia del matemático es una imagen que no distingue, por otro lado, entre lo que es un saber artístico, técnico, apoyado en el establecimiento de normas o reglas y lo que es un saber epistémico. Y una de las caras del hacer matemático –y aquí no hablo de sombras o imágenes sino de lo que caracteriza al Hacer matemático– es la de ser un saber artístico, ser una técnica que requiere el establecimiento y dominio de unas reglas o normas, justificables en algunos casos, y que exigen de la *memoria* para su integración por parte del individuo, para su posterior aplicación. Reglas que pueden ser traducidas al computador para que, cuando se tengan que hacer cálculos numéricos, construir la pascaliana correspondiente que los lleve a efecto y el matemático quede libre para poder pensar en otras cosas.

Cuando hablo de técnica o saber artístico hago referencia no ya a las reglas de sumar y multiplicar aritméticas y que pueden condensarse en las tablas pitagóricas correspondientes sino a aquellas que están como elementos matrices en otra acepción del término cálculo, las que se manifiestan en el Cálculo infinitesimal, por ejemplo. Reglas del cálculo diferencial que, en un primer momento, hay que aprender, memorizar y practicar para poder, después, dominar el Análisis desde el cual, y en un muy segundo momento y desde otro enfoque, justificar esas reglas.

No tener en cuenta esta diferencia entre Arte o Técnica y Saber epistémico –dos de las muchas caras del Hacer matemático– lleva, enlazando con otra imagen, a que no sólo Juancito no sepa sumar sino que llegue a los primeros años de Universidad sin saber, tampoco, calcular. Uno de los fundadores del bourbakismo y quizá de los más conocidos, Jean Dieudonné, exclamaba en 1968 en *Calcul infinitesimal* –y subrayo la fecha, 1968– que "los estudiantes de hoy no saben calcular" y tenía que admitir como hecho que un estudiante de segundo o tercer año de la Facultad de Ciencias pugnara, y fracasara, durante largos minutos para tratar de hacer un cambio de variables o una integración por partes. Fracaso atribuido ya entonces a la Matemática "moderna" cuando más bien habría que atribuirlo a quienes legislaron desde una imagen de la Matemática y la impusieron con las reformas educativas correspondientes.

He utilizado el término *memoria*. Vuelvo a él porque el arte mnemotécnico ha venido a ser considerado por algunos como algo pasado y ligado al autoritarismo y dictadura del profesor, ligado a un sistema pedagógico anticuado, autoritario que elimina la personalidad del alumno. Se ha tratado de suprimir el ejercicio de la memoria porque ideológicamente se considera reflejo de autoritarismo, espejo de dictadura; y los demagogos, que no los demócratas, imponen su ley dictatorialmente: eliminar lo memorístico. Sin embargo y a pesar de esos demagogos, la memoria, al menos en el Hacer matemático, es básica –también para otras disciplinas, como para la vida ordinaria–. Para avanzar, hay que saber y para saber no basta con deducir y calcular, con "descubrir Mediterráneos" si es que se llegan a descubrir... Aquí se cruza otra imagen, la que quiere que el matemático sea amnésico y no ejerza la memoria, todo se obtiene con la razón deductiva...

Sin embargo, es una imagen, la del solo calculista y medidor pero a la vez amnésico y deductivista, muy clásica. Ya fue combatida por Platón al ridiculizar a quienes utilizan el lenguaje de medir, cuadrar, calcular... como si fuera lo básico del geómetra, del matemático. Crítica de Platón que se ha convertido en crítica al propio Platón por parte de quienes sostienen precisamente esa imagen como constitutiva de la Matemática y que considero, en este caso, imagen distorsionadora de la misma. A mediados del s. XX, en España, la crítica de Platón será recogida por Rey Pastor quien llegó a escribir que los tratados de matemáticas españoles, los queridos *Ars arithmeticae,* no eran más que libros de cálculo, de medidas, recetarios más propios del sastre que del matemático... Años antes, Galois o Dirichlet pretendían "saltar de puntillas sobre los cálculos" para ir a las ideas, lema adoptado por Bourbaki a pesar de que, a la vez, un Dieudonné se lamente de que los futuros matemáticos no sepan calcular...

c. Enlazada a estas imágenes aparece otra: la de enfocarse como un hacer formal, sin contenido ni aporte epistémico alguno. Imagen de la Matemática como un hacer encerrado en una torre de marfil apoyado en una ideografía o escritura siempre difícil de leer y entender –sólo para entendidos–. Una imagen que termina poniendo el acento en lo estructural proposicional teórico. Y que se acoge a un lema muy mal interpretado: "por el honor del espíritu humano". Frase escrita por Dirichlet cuando asume la defensa del entonces fallecido Abel que hacía "matemática pura" frente a la "matemática aplicada" que preocupaba a los matemáticos franceses, seguidores del *programa Fourier* donde se enlazaba de manera íntima la Matemática con cuestiones de la Física. Según otra leyenda-imagen, esta vez pretendidamente histórica, preocupación que impidió reconocer, desde Francia, los méritos de Abel y, consecuentemente, propició su prematura muerte...

Desde esta imagen se llega a identificar una noción como la de axiomatizar con la de formalizar y se confunde lo que calificar de organización teórico-proposicional con axiomatización formalizada. Pero la organización, por ejemplo, de la Aritmética en los *Elementos* de Euclides, o la Teoría de números estudiada por Gauss en torno al concepto de divisibilidad entera no suponen axiomatización y mucho menos formalización de tipo alguno, aunque permitan que la materia quede plenamente organizada. A la vez, no se captan los diferentes modos de concebir el método axiomático y que van desde la organización, ahora sí, de un campo dado, hasta la formación o caracterización conceptual como definición implícita cuyos axiomas o postulados sirven, a la vez, de punto de partida en lo demostrativo.

Al ver a la Matemática como mero juego de fórmulas ideográficas se llega a plantear una pregunta, extraña y sorprendente pregunta desde otros enfoques: ¿cómo se tienen los resultados epistémicos que se tienen haciendo uso de lo solo formal, de una matemática que carece de elemento epistémico alguno? Extraña pregunta la que se tiene sobre la "irrazonable" efectividad de la Matemática.

Imagen que, también de manera sorprendente, enlaza con las imágenes anteriores porque el fracaso escolar se atribuye, entre otras causas, a la excesiva formalización de la matemática enseñada. En movimiento pendular, y para subsanar tal fracaso apoyado en lo estrictamente formal, algunos pedagogos insisten en la necesidad de plantear cuestiones de la "vida ordinaria" a los alumnos para sustituir esa enseñanza formal carente de contenido por un hacer propio de la vida ordinaria del alumno. Ahora hay que hacer preguntas del saber ordinario desde las cuales ese alumno alcance o descubra la estructura formal subyacente. Llegar a lo formal, sin partir de lo conceptual... Un empirismo de "bata y zapatillas", del mismo nivel conceptual que el de la "matemática moderna" convertido el manejo de conjuntos en simple juego de gomas de colores...

Formalizar por formalizar con la consecuente torre de marfil, tuvo sus repercusiones en algunas reformas pedagógicas y en la enseñanza universitaria en ciertos países en los entornos de los años setenta del siglo pasado. Imagen que, en principio, parece que se ha ido diluyendo poco a poco en los últimos años.

d. Otra imagen distorsionadora es la que considera el Hacer matemático como centrado pura y exclusivamente en lo deductivo. "Quien dice matemática dice demostración", es una frase, un tópico muy antiguo. Imagen que se entrelaza con alguna de las anteriores por lo cual, y volvemos al condicionante social, se ha llegado a reflejar en la enseñanza con un peso máximo para el aspecto demostrativo del Hacer matemático que se enseña. Hasta se pretenden demostrar, no simplemente justificar, aquellos aspectos que son básicamente normativos. Se vuelve a dejar a un lado uno de los aspectos del Hacer matemático, el de ser, también, un hacer artístico o técnico, aspecto al que antes he hecho referencia.

Imagen difundida y asumida hasta el extremo que desde algunos ámbitos como los de la filosofía de la ciencia, por no decir de la filosofía y el pensamiento en general, se llega a considerar como rasgo distintivo del Hacer matemático y más unido a la imagen anterior, la de ser un hacer estrictamente formal, sintáctico puro.

Más aún, la considerada revuelta contra la concepción heredada –y que se quiere representada por Lakatos, Kuhn... y ahora por los 'naturalistas'– se estima como un combate contra esta imagen como si la misma hubiera sido el alma del Hacer matemático y no simple imagen distorsionadora; se contrapone la existencia de los razonamientos analógicos, heurísticos de carácter más bien pragmático al razonamiento demostrativo-algorítmico, enfocado como el único y propio de la matemática. Es una forma de evidenciar que quienes parecen combatir la imagen de lo demostrativo-verificativo adoptan la creencia que la misma soporta y consideran la racionalidad demostrativa como algo maquinal, algorítmico. Son los que aceptan como real la metáfora que ya utilizara Poincaré: el matemático, caja negra del mismo tipo que la máquina de San Luis en la cual los cerdos entran por un lado y salen, de la caja negra, convertidos ya en salchichas. Al igual que en la caja negra de los cerdos, del cerebro del matemático sale la ristra formal en la que consiste la demostración.

Pero, también lo indicó Poincaré, es una imagen o concepción sesgada por centrada en lo proposicional. Imagen sesgada y distorsionadora porque lo que más importa en el Hacer matemático es la creación de ideas, de conceptos, de nuevas propiedades que posean esos conceptos convertidas esas propiedades en proposiciones que, ahora sí, hay que demostrar. Con una precisión: la demostración no es la derivación sintáctica pura, y lo que importa en ella es su "alma". Y distintas demostraciones de una misma proposición pueden tener "almas" diferentes.

Consecuencia de lo último dicho, se pueden y se deben dar demostraciones diferentes de un mismo teorema. Lo cual va en contra de la imagen de lo estrictamente demostrativo porque desde esta imagen, demostrada una proposición, obtenido un teorema, fin; se asume como teorema, como proposición demostrada, y se pasa a otros terrenos. Desde esta imagen no tiene sentido alguno buscar otras demostraciones si la demostración se limitara a una derivación sintáctica formal. Sin embargo conseguir diferentes demostraciones permite enlazar nuevos campos, construir nuevos conceptos y, con ellos, nuevos métodos. La demostración, si lo es, supone un enriquecimiento ontológico, epistemológico y metodológico del campo en el que se está trabajando porque lo que importa no es sólo el teorema demostrado sino el proceso con el que se llega a demostrar.

Me remitiría a las cuatro demostraciones que da Gauss del teorema fundamental del álgebra aunque me limite a simple esbozo, tomarlo como mero ejemplo. Es un Teorema que Gauss en su primera demostración enuncia en los términos:

> *Todo polinomio con coeficientes reales puede ser factorizado en factores lineales y cuadráticos.*

Obsérvese que no dice: Toda ecuación de grado n tiene n raíces reales o complejas, porque ello sería un enunciado de carácter básicamente existencial y supondría la admisión, ya definitiva, de los números complejos, de los imaginarios en el ámbito del Hacer matemático. Números complejos que no poseen, todavía en 1798, una naturaleza claramente asentada. Gauss se sitúa en un enfoque constructivo y, en principio, en el cuerpo de los números reales en las demostraciones posteriores introduce los complejos lo que supone un enriquecimiento ontológico. Y precisamente la demostración muestra su auténtica cara, la de ser un elemento constructivo del hacer matemático.

La primera demostración comienza con la crítica a las demostraciones hasta ese momento existentes, desde la de d'Alembert a la de Lagrange pasando por la de Euler. Demostraciones que, para Gauss, dan por supuesto que existen las raíces del polinomio por lo que, en el fondo, son demostraciones circulares.

Sin entrar en los detalles técnicos, lo que interesa destacar es que en esta demostración Gauss interpreta unas ecuaciones determinadas como expresión de curvas algebraicas en coordenadas polares con lo cual convierte el teorema en probar que esas curvas se cortan en al menos un punto. Un teorema de álgebra demostrado "geométricamente", por lo que está uniendo campos en apariencia diferentes. Es claro que el lenguaje geométrico da paso a la existencia de 'huecos' en lo puramente demostrativo, huecos que la intuición geométrica se encarga de cubrir. Gauss es consciente de ello. Lo que importa resaltar es que esta primera demostración supone un enriquecimiento epistemológico un tanto inesperado: enlaza geometría y álgebra. La demostración no es simple derivación sintáctica que parte de unos primeros principios establecidos explícitamente; va guiada por los contenidos geométricos y algebraicos que Gauss se permite enlazar...

Por su lado, la segunda demostración aportada por Gauss pretende ser estrictamente algebraica y en ella hay que manejar unas ecuaciones auxiliares que, a su vez, exigen demostraciones "auxiliares" realmente complicadas y donde hoy se percibe que está latente el método de adjunción de Kronecker.

Lo que he pretendido ilustrar es que la demostración contiene algo que se nos presenta como muy elemental pero que la imagen señalada se niega a reconocer: y es que la demostración lo es de algo. Quiero decir, el punto de partida no es axioma o principio alguno sino aquello que se pretende demostrar. Desde la imagen que vengo indicando se toma al revés y lo que se demuestra se enfoca como el punto final. Pero frente a esta imagen, el pretendido punto final es lo inicial por ser lo entrevisto, y por ello guía la marcha de la demostración, lo que a veces da el 'alma' de la misma.

Con la afirmación de que hay que tener presente que la demostración se hace, siempre, en un determinado contexto teórico, no en el vacío. Es de ese contexto conceptual desde el cual se van obteniendo los elementos que posibilitan la demostración, alcanzar la proposición entrevista.

Gauss intenta demostrar el teorema fundamental del álgebra, resultado que ya sabe, acepta y maneja; un teorema que justifica, incluso, otros teoremas, otros criterios. Un teorema del que se han ido dando demostraciones en cuya crítica Gauss señala que no han captado el "alma" del teorema y por ello debe dar la demostración, ya definitiva en cada caso, del mismo. Y da hasta cuatro demostraciones porque ve que el alma no la captan las demostraciones anteriores, ni las suyas. Y todas, por supuesto, con "huecos".

La demostración, esencialmente, es un proceso de carácter epistémico –si quieren algunos, semántico–. Consiste en una marcha que no se centra en aplicar ciegamente, si es que se pueden aplicar las reglas ciegamente, unas reglas de derivación explicitadas, sino que supone un auténtico trabajo heurístico y creador por parte del matemático. De aquí que muchas veces importe más el proceso demostrativo –que es un proceso creador, constructivo y que por ello exige mucha imaginación– que el teorema demostrado. Quiero decir, importan más las ideas y conceptos que se crean en el proceso demostrativo que en haber llegado al final de la etapa entrevista y que, en ocasiones, y sobre todo cuando es una proposición ya demostrada, se presenta como secundario. Es una de las razones que sustentan la posibilidad, incluso la necesidad, de dar nuevas demostraciones de un teorema ya demostrado.

El teorema de incompletitud de Gödel es un teorema fundamental pero no ya porque asegure la incompletitud de cualquier sistema formal que contenga la Aritmética. Este es un resultado importante, ciertamente. Pero es mucho más importante el proceso demostrativo: proceso en el cual Gödel establece los mecanismos de gödelización y representación y, con ellos, la fecundidad de una noción básica, la de función primitivo-recursiva. Lo que con esta demostración se abre al Hacer matemático es, junto a la aritmetización matemática, nada menos que todo el campo de la recursividad, de la computabilidad.

O la genialidad de Turing no está únicamente en haber demostrado el teorema de parada, haber resuelto el problema de indecidibilidad, sino haber creado la máquina-Turing para alcanzar la demostración pedida y lo que ello conlleva.

Apertura de nuevos campos como ocurriera con Poincaré al equivocarse en las demostraciones que daban la solución al problema de la estabilidad de un sistema como el solar –el viejo problema de los tres cuerpos–. Al tener que rehacer las demostraciones erróneas y tener que deshacer incluso la obra ya impresa y premiada con el Premio del Rey Oscar de Suecia, Poincaré tuvo que crear nuevos conceptos y dar paso al enfoque llamado cualitativo en el terreno de las ecuaciones diferenciales para manejar las ecuaciones diferenciales no lineales.

Equivocación realmente positiva, fructífera, la de Gauss, la de Poincaré, la de Witten... Pero equivocaciones en terrenos de una complejidad tal que sólo muy pocos matemáticos pueden seguir, comprobar. Y no precisamente por lo formal. Si la demostración fuera asunto sintáctico-formal, maquinal, no valdría la pena porque cabría su verificación por cualquiera.

No implica lo dicho que, una vez obtenida, la demostración no pueda ser formalizada y convertida en ristra de fórmulas estrictamente sintácticas si es que el contexto en el cual se encuentra lo permite y lo hace practicable y conveniente. Aunque, también por lo dicho, se hace inviable en demostraciones "largas" como la que establece la clasificación de los grupos finitos, por ejemplo, con su "gran monstruo" incorporado, o las del último teorema de Fermat realizada por Wiley... Pero eso pertenece más bien al campo de la verificación de la corrección de la demostración alcanzada. Verificación a veces conveniente porque la demostración, por su contenido semántico incorporado, puede tener lagunas o huecos como ya he mencionado en el caso de Gauss –y de hecho, cabría afirmar que todas las demostraciones tienen lagunas enfocadas desde lo formal–, pueden manejarse suposiciones no explicitadas, puede contener errores –como en el caso de Poincaré–, como en el caso de las llamadas "demostraciones largas" que no hay individuo que la controle. Y recordaría las exigencias para admitir que la conjetura de Poincaré ha sido resuelta por Perelman...

Lo anterior condiciona la existencia de lo que calificar "experiencia matemática". Una experiencia de la razón que si se materializa en auténtica experiencia no es mero contacto superficial, sino integración de lo experimentado, integración vivencial de técnicas y conceptos, de teorías. Lo cual exige, evidentemente, aprendizaje, contacto permanente, trabajo... y, por supuesto, imaginación matemática.

Es desde esta experiencia desde la cual puede hablarse de lo que llamar "descubrimiento" –algo que tanto parece preocupar a algunos filósofos de la ciencia y que no sé si han hecho algún descubrimiento científico–. Las analogías sólo pueden hacerse cuando se manejan y se "viven" los dos extremos de la misma. Un descubrimiento nunca es pura casualidad y no puede hacerlo cualquiera sino únicamente quien se dedica al trabajo, en este caso al hacer matemático –y ni siquiera todos los que se dedican al hacer matemático tienen la capacidad de creadores de nuevas ideas, conceptos, enlaces entre diferentes campos–.

Y algo más: se puede hablar de la elegancia y belleza de una demostración matemática, del placer estético que entraña no sólo construir una bella demostración, o captar el alma de la misma, sino plantear y resolver un problema. Una belleza ligada al placer estético que se enlaza en algún momento histórico en la existencia de la proporcionalidad y, con ella, de la armonía respecto a un módulo que se materializa en lo espacial en la arquitectura, en lo sonoro en lo musical. Pero que puede ir más allá de lo sensorial perceptible y materializarse en lo puramente conceptual. Placer estético inconcebible para quien sostiene imágenes como las anteriores, especialmente la del formalismo sintáctico puro como si fuera la concepción básica del Hacer matemático.

Todavía más, en este punto: en los últimos ejemplos que he citado –Gödel, Turing–, hay que apuntar que se está en los terrenos de la aparente formalización sintáctica pura, allí donde la torre de marfil y la lejanía de la Matemática respecto a lo real, a su aplicabilidad a otras ciencias parecería ser más clara desde una de las imágenes que antes he indicado. Y, sin embargo, se está en el núcleo de lo más real, de lo más transformador de las condiciones sociales de la especie humana que se haya creado en el siglo XX. En el núcleo originario de la computabilidad, de lo que terminará siendo el ordenador con las consecuencias que ha tenido y tiene.

Se está en el núcleo de la computabilidad y, con él, en la elaboración de lo que en otras ocasiones he denominado *Programa Lions* por el cual, como en el caso del *Programa Fourier*, se vuelve a enlazar la Matemática con los problemas de la physis, pero ahora a través de lo tecnológico. Y ello mediante el empleo de métodos como los de integración numérica de ecuaciones diferenciales o de búsqueda de algoritmos como modelos para simular diferentes fenómenos. Modelos analógicos que, establecidos, posibiliten que, dados unos parámetros, se obtenga el comportamiento –crecimiento o desarrollo, transformación...– del fenómeno de la physis considerado. Transformación que afecta no ya a los campos de la investigación, sino al total de nuestra vida ordinaria –¿quién no va con su móvil en el bolsillo, por ejemplo?–.

Pero también en la posibilidad de que el ordenador ayude a la verificación combinatoria que el matemático no puede realizar y se está en el tema de la "demostración por ordenador". Aquí sólo apunto que el cálculo combinatorio imposible de verificar no es, en sí, la demostración sino un auxiliar, imprescindible, sin duda, para la misma en casos como en el de la demostración del teorema de los cuatro colores.

e. Junto a las imágenes anteriores veo, subyacente, otra: la convicción de que en el Hacer matemático hay, por un lado, cierto inmovilismo; por otro, que es un hacer básicamente acumulativo. Así, los conceptos parecen haber sido dados de una vez por todas y los principios establecidos de una vez para siempre y desde el origen, desde el inicio del trabajo matemático. Lo único que se tiene es mayores contenidos, un crecimiento exponencial de los mismos.

Sin embargo, el Hacer matemático, como praxis, como actividad humana, también varía y no sólo en cuanto al contenido sino a la forma de hacer. Y a lo largo del tiempo, se crean nuevos modos de conceptualización, nuevas formas de demostración, nuevos modos de concebir un aparente "mismo" concepto. Un hacer que se va transformando tanto en conceptos como en métodos y no simplemente enriquecimiento en contenidos. Y es lo que permitiría afirmar que hay algunos problemas que no están definitivamente resueltos, sino más o menos resueltos. Los conceptos no se han dado de una vez para siempre, sino que, a lo largo del tiempo, se van modificando.

No es, sin más, un saber acumulativo. En alguna ocasión he mencionado la matemática realizada por Wallis, Gregory, Pascal... Qué difícil su lectura, su interpretación. Lenguaje aparentemente geométrico con unos instrumentos apoyados en la figura, en la proporcionalidad. Ni su lenguaje, ni el contenido de la mayor parte de las proposiciones enunciadas y demostradas han pervivido, se han acumulado al saber matemático. Más reciente, y por experiencia propia, citaría la Geometría proyectiva a lo Staudt y que aquí en España se manejó y estudió con radical intensidad y que se refleja en la obra de Rey Pastor, por ejemplo. Qué anticuada esa lectura en un terreno ya abandonado, lo que el mismo Rey Pastor llegó a reconocer. Por no mencionar la geometría algebraica de Segre, Severi y Castelnuovo que igual que la anterior todavía estudié en la Facultad... Campos que propiciaron nuevos enfoques, nuevas maneras de hacer pero que, como los andamiajes en los edificios, se van retirando, no incorporando. No hay acumulación sino reestructuración conceptual con abandono de lo que no entra en la misma y que va quedando para unas posibles reelaboraciones históricas. Y lo que en algunos casos era última novedad sólo entendida y manejada por un grupo de inventores se termina convirtiendo en materia de enseñanza elemental...

Por un ejemplo en cuanto a los conceptos menciono el de los números reales que subtienden el Análisis. Se pretende que queden "definitivamente" establecidos hacia 1872 por tres procedimientos que, en el fondo –y esto habría que precisarlo– son equivalentes. Número real como clase de equivalencia de sucesiones de Cauchy de números racionales módulo las sucesiones nulas. Número real como clase de equivalencia de pares de conjuntos de números racionales por cortaduras. Números reales definidos como clases de equivalencia de conjuntos previamente dados en acto y que componen un conjunto al que se dota de la estructura de cuerpo.

Al final nos quedamos con un cuerpo ordenado total y densamente y, sobre todo, arquimediano. Además, completo en el sentido de que si entre dos racionales siempre hay infinitos racionales –lo que supone densidad–, también hay infinitos huecos –los irracionales– por lo cual la recta racional posee una infinidad de huecos, es incompleta; ahora se postula que en la recta real ya no hay huecos, es completa. Además, cualquier extensión suya tiene que abandonar alguna de las propiedades básicas. Cuerpo algebraico sí, y ordenado arquimedianamente, pero resulta que no basta para el Análisis si no se le agregan otros elementos conceptuales: los topológicos.

Construcción de números reales en la cual se encuentra, como idea implícita, a veces también explícita –como en el caso de Cantor–, la de eliminar de una vez por todas los infinitésimos y, con ello, la idea intuitiva de 'aproximarse a' y que suponía que un número era, a la vez, la magnitud extensa a la que representaba y, con ello, y al poder disminuir o aumentar esa magnitud, pensar que era el número el que disminuía o se aproximaba a, con una diferencia menor que un infinitésimo.

Esta construcción supone algo más que un intento de clarificar un concepto como el de número real. Supone construir un concepto radicalmente nuevo y contrapuesto, enfrentado al anterior que es el que representa a la magnitud continua. Para ello se invierte epistemológicamente todo el hacer existente hasta ese momento: se parte del conjunto infinito dado en acto y se enfoca ese conjunto a partir de sus elementos. Esto supone una visión distributiva o extensional o, en otras palabras, una discretización del continuo.

Como nueva construcción, este concepto de número real rompe, en el fondo, con una idea muy intuitiva: la que se tiene en el dato del continuo lineal, de un continuo representado por una línea geométrica como la recta. Y ahora lo que se capta no es esa recta como imagen de una magnitud continua, sino como conjunto distributivo, discreto de números separados pero sin huecos entre sí. Lo cual es, imaginativamente, una aberración.

En cualquier caso, si aceptamos que los reales fueron construidos, de manera definitiva, en los entornos de 1872, se puede hacer la pregunta: hasta ese momento ¿no se manejó la noción de función, la noción de magnitud extensa continua y, con ella, las nociones de derivada, integral, sucesiones de Cauchy...?

Acabo de utilizar el término función. Uno de los conceptos clave en el Hacer matemático. Concepto que no ha existido desde siempre, desde el origen de la Matemática sino que aparece en la Ciencia Nueva y es Leibniz el primero en usar este nombre. Concepto que, por supuesto, también ha ido variando, transformándose a lo largo del siglo XIX, del XX. Lo que para algunos coetáneos de Fourier no era una función, lo va a ser a partir de Dirichlet pero porque Dirichlet transforma el concepto y lo caracteriza de tal manera que en él ya sí cabe la función de Fourier. Se podría continuar como en el caso de los imaginarios o complejos o el teorema fundamental del álgebra...

Los conceptos matemáticos, las formas de razonamiento, los métodos demostrativos no han nacido, como Venus de la cabeza de Júpiter, plenamente caracterizados, definidos de una vez por todas y para siempre, sino que han ido plasmándose y transformándose paulatinamente. Unas transformaciones que se han ido cristalizando en lo que he venido denominando Hacer Figural, Global, Computacional y que supone diferentes maneras de llevar a cabo la praxis matemática con sus estilos asociados, sus ideologías implícitas, sus transformaciones conceptuales.

El Hacer matemático no es algo dado de una vez por todas que se tenga que ir descubriendo paso a paso y de tal modo que lo descubierto en un momento se mantenga, ya, para siempre. Como praxis humana, es un proceso dinámico, cambiante, con sus crisis permanentes... Hago mía la irónica "sorpresa" de Poincaré cuando al mencionar la existencia de una Geometría como la Proyectiva –la geometría del ojo– junto a la métrica euclídea –la geometría del músculo– se hace la pregunta, "inocente" pregunta ¿cómo es que Grecia, que tuvo su Euclides no tuvo su Staudt?

f. Otra imagen íntimamente ligada a la del inmovilismo, atribuir al Hacer matemático el rigor. Un rigor con el cual se manifiesta y se produce. Y es el término rigor el que tendría que ser precisado porque rigor sí, pero... depende de a qué llamar rigor y de qué tipo de matemática se esté realizando porque lo que desde una de ellas es riguroso, no lo es o no se considera como tal desde otro de los haceres antes mencionados.

Me bastaría recordar las críticas de Berkeley en *El Analista o discurso al matemático infiel* donde señala, precisamente, la fe del agnóstico matemático y la total ausencia de rigor con la que trabaja: el analista maneja conceptos que no define, los infinitésimos, opera con ellos como si fueran algo y, después, los suprime sin más. Magnitudes que no siendo, son, y siendo dejan de ser; por lo cual se las puede denominar magnitudes evanescentes. Acepta proposiciones como teoremas y, sin embargo, no están demostradas al igual que series de conjeturas sin prueba de tipo alguno. Y recuerdo la respuesta de d'Alembert a críticas de este tipo: seguid, la fe vendrá después.

Aquí podría volver a mencionar la existencia de errores en las demostraciones incluso en las consideradas perfectas; las 'demostraciones` a lo Euler que para él lo eran y con todo rigor pero no lo son enfocadas desde el criterio de rigor actual... Criterio de rigor que ha ido variando y lo que puede admitirse en un contexto determinado es inaceptable en otro. También la noción de rigor cambia y se transforma en el tiempo.

g. Y el rigor me lleva a otra de las imágenes que se quieren ligadas al Hacer matemático. La que se resume en las palabras "quien dice matemática dice verdad". O si se prefiere, en frases "como 2 y 2 son 4", "la suma de los ángulos de un triángulo es dos rectos"... Una verdad, la de las proposiciones matemáticas, la de la Matemática, que en frase atribuida a Hobbes, ni Dios puede alterar.

Aquí, es evidente, un pequeño problema: esas oraciones hacen referencia a algo diferente a lo material, diferente a lo físico porque si bien la unión de dos piedras con otras dos piedras siempre hacen un montón de cuatro piedras, dos gotas más dos gotas sólo hacen una gota, algo más grande, ciertamente. De modo parecido la proposición de que la suma de los ángulos de un triángulo es dos rectos parece hacer referencia a triángulos especiales porque la suma de los ángulos de cualquier triángulo físico jamás es dos rectos sino más o menos dos rectos.

Un hecho ya bien conocido, reafirmado en la Carta VII atribuida a Platón: una cosa es el nombre circunferencia; otra la circunferencia material que se traza y se borra en el arenario; otra, muy distinta, la "forma", el *eidos* circunferencia, de la cual la que se borra y traza es una sombra, una materialización o modelo diríamos hoy de esa forma... Y aquí se entremezcla el viejo problema ontológico: ¿dónde se encuentra esta circunferencia eidética? Ligado, el problema epistemológico: ¿cómo se alcanza la captación de ese mundo de formas, de *eidos*? ¿A través de qué sentido o intuición? Inmediato, el problema veritativo: la circunferencia materia, ¿cómo se sabe que responde a la circunferencia eidética? ¿No se tendría la doctrina de la verdad aproximada de Stuart Mill?

Dejando a un lado las cuestiones anteriores, se tiene que desde la construcción de las geometrías métricas no-euclídeas la suma de los ángulos de un triángulo es dos rectos más o menos un exceso o defecto. Exceso o defecto que es, además, proporcional al área con la cual está trazado el triángulo. Si hay exceso, si la suma de los ángulos del triángulo es mayor de dos rectos se tiene una geometría riemaniana uno de cuyos modelos es la esfera; si hay defecto, se tiene una geometría lobachevskiana uno de cuyos modelos es la superficie engendrada por la tractriz. Con lo cual la proposición enunciada acerca del valor de la suma de los ángulos de un triángulo será verdadera en unos casos, en unos espacios y falsa en otros. No se puede, sin más, afirmar que sea verdadera o falsa sino que hay que precisar, delimitar el terreno en el que nos movemos.

Aún más, desde la construcción de las geometrías no métricas una proposición como la antes enunciada no es que sea verdadera o falsa, es que esta pregunta carece de sentido, porque lo que carece de sentido es hablar de valores numéricos asociados a los ángulos del triángulo correspondiente.

La verdad o falsedad de las proposiciones matemáticas no es una verdad o falsedad absoluta, sino que depende del terreno de juego en el que se está inmerso. Algo claro cuando estamos en el hacer matemático como cuando se dice, y es elemental, de una ecuación de segundo grado que si el discriminante es menor que cero, carece de raíces. Naturalmente es proposición verdadera si nos situamos en el dominio de los reales porque si nos situamos en el dominio de los complejos entonces sí tendrá raíces y la proposición sería, consecuentemente, falsa. Por no seguir ejemplificando con anillos de factorización única o euclídeos y otros no-euclídeos...

Se podrá sostener que, a pesar de todo, y situados en una determinada geometría, en un determinado contexto, la proposición será verdadera o falsa, aunque esa verdad sea, ahora, relativa al contexto en el que nos encontremos. Una relativización en cuanto a lo que entender por 'verdad'. Además, si las proposiciones son verdaderas aunque sin adecuación a lo real, a la cosa, es que el término 'verdad' no es que se relativice, es que se pone en terreno que, al menos, exige precisiones.

Si no es por adecuación de la proposición o de lo pensado a lo real la verdad se tendrá que caracterizar por referencia a otra cosa. Y esa otra cosa puede centrarse en mantener que una proposición es verdadera si se ha demostrado, pero siempre con la precisión de que esa demostración lo es en el interior de un determinado sistema o contexto. En otras palabras: se enlaza 'verdad' con 'demostración'. Algo que, de una manera más bien sutil se mantiene en la diferencia que todo matemático conoce entre conjetura y teorema: hasta que la conjetura no es demostrada, sigue siendo conjetura aunque se tengan todas las creencias que se tengan a su favor o en contra. Sólo cuando se demuestra la trascendencia de π se puede asegurar la imposibilidad de cuadrar algebraicamente el círculo y, con ello, cerrar un largo capítulo en la historia de los grandes problemas griegos pero también, y es quizá más importante, se asegura la existencia de los números trascendentes: al menos existe uno, π.

Si la demostración es la que vehicula la verdad de las proposiciones matemáticas lo que vuelve a estar en juego, aquí, es el carácter exclusivamente deductivo o formal no epistémico del Hacer matemático: se vuelve a la imagen de que no hay adecuación de la Matemática a lo real y, por ello la Matemática es ciencia formal o, cuando menos, un hacer proposicional. A la vez, la demostración se quiere que se haga a partir de unos primeros principios y aplicando unas reglas determinadas que se supone son reglas del pensamiento, leyes del mismo y de tal modo que la razón ha de cumplirlas inexorablemente –una razón que no parece haber evolucionado como parece que ha evolucionado la especie humana: inmovilismo atemporal, pero ahora entrando en juego la Lógica y su relación como ciencia de las leyes del pensamiento con la Matemática.

En el fondo, en esta imagen se ha trasladado el problema porque la cuestión es, entonces, que esos primeros principios han de ser, en sí, verdaderos y ello para evitar el regreso al infinito: o, lo que es lo mismo han de ser no demostrables. Pero ¿cómo se asegura la verdad de los primeros principios si no se admite una adecuación a la cosa, una adecuación a lo real y no se pueden demostrar a partir de otros principios porque estaríamos en un regreso al infinito? Nuevamente, artículo de fe.

Evitando el formalismo sintáctico que quiere que el Hacer matemático no diga nada acerca del mundo, que no es saber alguno sino elaboración formal y que es la "forma lógica" la que asegura la verdad del primer principio, un matemático como Dedekind contestaría a la pregunta anterior de manera parecida a esta "somos de raza divina" y lo mismo que construimos barcos o locomotoras, tenemos el don de construir conceptos matemáticos. La verdad de las proposiciones acerca de los mismos reside en última instancia, en la adecuación de y a esa construcción. Algo en lo que estaría de acuerdo Poincaré al indicar que esa construcción lo es de la razón conceptual. Una respuesta que, claramente, constituye una toma de posición frente a ese formalismo o logicismo subyacente.

Sin embargo, hay otras tomas de posición. Fundamentalmente desde los terrenos de la filosofía desde los cuales parece que su objetivo supremo es la búsqueda del ser último de lo real. Y, nueva imagen, se intenta una salida a la dificultad anterior: se establece que el matemático –*qua* matemático– tiene que limitarse a obtener consecuencias, teoremas, a partir de unos primeros principios o axiomas adoptados como hipótesis. El matemático *qua* matemático no ha de preocuparse por el fundamento último de esos principios, de si hablan o no acerca de lo real, pero tampoco de nada acerca de su hacer: ha de limitarse a demostrar consecuencias. Los matemáticos no han de preocuparse por la esencia de lo que esos principios expresan ni por la naturaleza del ser que ellos vehiculan –si es que esto tiene algún sentido–. Se acepta la imagen ya mencionada: "quien dice matemática, dice demostración". Pongo la expresión de un filósofo español como ejemplo de esta posición. Víctor Gómez Pin, en uno de sus últimos libros, escribe:

> Aquello que es suficiente para el matemático, a saber, sostenerse sobre hipótesis, no satisface al que quiere alcanzar lo real[2].

En otras palabras, será el filósofo quien se alce, manejando la dialéctica en el caso de Platón, la metafísica o filosofía primera en el resto de filósofos, desde esos principios, hasta alcanzar el ser del cual derivar los mismos. Lo que importa, *qua filósofo*, es la búsqueda ontológica, la determinación última del ser y, con ello, la determinación última de la verdad.

Y aquí se tiene otra imagen que supone una radical desconsideración hacia el matemático como si se tratara de un ente maquinal sin imaginación y ocupado única y exclusivamente en calcular y demostrar, se supone que apoyado en unos métodos y unos principios que se le dan, mero utilizador de unas reglas y métodos que deben ser decidibles. Desconsideración porque el matemático es quien se preocupa por lo que hace, por cómo lo hace, por las consecuencias de lo que hace, por sus posibles interpretaciones... y es el matemático quien construye conceptos, formula y discute los principios y proposiciones, crea y maneja nuevos métodos de conceptualización y de demostración, plantea y resuelve problemas y todo ello en polémica y discusiones que, en ocasiones, son muy duras. El Hacer matemático no es, precisamente, una balsa de aceite tranquila sino que es, en muchas ocasiones, una balsa muy hirviente.

En cualquier caso, se sigue con la imagen del Hacer matemático como un hacer esencialmente demostrativo, es decir, proposicional teórico sin tener en cuenta que también es un arte o técnica. Si se tuviera en cuenta este último hecho cabría considerar que en muchos casos los postulados no son enunciados veritativos, sino legislativos o, en otros términos, normativos. Y de las normas no se puede realizar atribución alguna de verdad o falsedad porque no son juicios veritativos sino constitutivos de un campo de juego determinado. Las leyes se aceptan o se rechazan, y si se aceptan pueden manejarse

2 Víctor GÓMEZ PIN, *Infinito y medida*, Barcelona, Granica, 1987, p. 18.

bien o mal, puede hacerse una construcción hermosa o un adefesio, un teorema excepcional o una nimiedad. Eso dependerá de quien sea el jugador que juegue y que, para ello, y en cualquier caso, tiene que dominar las normas, las reglas de juego, es decir, las hipótesis o postulados pero como normas caracterizadoras tanto de su terreno de juego como de cómo jugar en el mismo.

Y precisamente la obra de Euclides es el más claro ejemplo de las palabras anteriores, y ello frente a la consideración de constituir el método derivativo por excelencia, adoptado como el modelo del ordine geométrico hasta por Espinosa en la *Ética;* adoptado como modelo de la argumentación demostrativa y, a la vez, de la verdad de una construcción proposicional teórica. Los postulados euclídeos son reglas que caracterizan un campo de juego muy especial, un espacio que es homogéneo y, por serlo, isótropo, ilimitado e infinito, vacío... En él, hay que construir con regla y compás unas figuras compatibles con dicho espacio o realizar transformaciones equiformes que dejan invariantes las propiedades métricas, pero también se pueden realizar proyecciones y secciones, o comprobar que algunas figuras componen un grupo según se las relacione...

No continúo, aquí, analizando el carácter constructivo de los postulados euclídeos; no es el objetivo. Quería mencionar, únicamente, las distintas caras de una de las imágenes que entornan al Hacer matemático, esta vez la que lo identifica con la verdad y alguna de las consecuencias que se obtienen de ella.

2. Son algunas imágenes de un hacer proteico, el matemático: hacer formativo, mero cálculo numérico, hacer formal sintáctico puro, hacer deductivo antimemorístico, hacer dado de una vez por todas en cuanto a conceptos y métodos, acumulativo en cuanto a contenidos, modelo de rigor, hacer veritativo. Imágenes con sus valoraciones asociadas, en cuya esquemática descripción he ido señalando excesos y sombras. Sombras deformantes y deformadoras de un hacer proteico que se solapan aunque, de una u otra manera, sean diferentes entre sí.

Imágenes y sombras que subtienden concepciones que no son inocuas. Así, la multitud de cifras y porcentajes que aparecen en los medios de comunicación conllevan implícita una finalidad ideológica, se las usa como armas para conseguir un "estado de opinión" con el que presionar en uno u otro sector económico, social y político. Si el tabaco "causa" tantos muertos por minuto, será más fácil desde el susto que se pretende que provoquen las cifras, prohibir fumar, lo mismo que prohibir beber un buen vino de Ribera o de la Rioja. Uso no matemático ciertamente pero que entraña la convicción de que se puede llevar al individuo más fácilmente a uno u otro terreno si se adopta una capa de numerismo, de cienticismo. Cienticismo que, parece que todo vale, también se combate según los intereses sectoriales del momento.

Pero las sombras –los *eidola*– lo son en algunos casos de algo que las produce. Esas sombras, esas imágenes lo son de un Hacer matemático que constituye una manifestación de la razón que no es única y dada de una vez por todas, sino que constituye un hacer auténticamente proteico. Hacer ligado a un tipo de sociedad determinado –no se ha creado la Matemática en las tribus del Amazonas sino en una sociedad primero mercantil, después industrial y, por ahora, tecnológica– que, en su actividad, va construyendo modelos posibles de lo real con mecanismos de definición o caracterización conceptual –definiciones por abstracción, por postulados o implícita, por recursión...–, con mecanismos de argumentación –como las demostraciones por reducción al absurdo o existenciales–, por diagonalización, por inducción completa– a la vez que con procesos resolutivos como los algorítmicos y de computación...

Un Hacer conceptual que, por supuesto, provoca en su adopción, en su valoración, muchos problemas, pero también conlleva unas "experiencias de la razón" que provocan nuevas captaciones de lo real. Al igual que provoca la aparición de imágenes como las anteriores que quizá den una idea distorsionada de ese hacer pero que, en todo caso, han de agregarse a todo el halo que lo entorna.