Estudios Filosóficos LXXII (2023) 171 ~ 197

LAS MATEMÁTICAS Y DIOS

GOD AND MATHEMATICS

Camino Cañón Loyes
Cátedra Hana y Francisco José Ayala de Ciencia, Tecnología y Religión
Universidad P. Comillas Madrid

Resumen: *Tanto la apertura de la mente humana al hecho del infinito matemático como la concepción de la matemática que presentamos facilitan la comprensión de narraciones de una experiencia singular, que algunos han calificado de religiosa. En la búsqueda de una solución a un problema dado, la armonía guiada por la dureza de la lógica y por la luz que emana de la intuición cumplida, remiten a Algo que va más allá del logro conseguido, que no puede ser dicho y tan sólo puede ser mostrado. Así, el quehacer matemático es un lugar donde se muestra la Belleza que esconde la íntima relación entre la Naturaleza y la armonía que la constituye.*

Palabras clave: *matemáticas, creación, descubrimiento, infinito, armonía, belleza, trascendencia.*

Abstract: *Both the openness of the human mind to the fact of mathematical infinity, as well as the conception of mathematics that we present, facilitate the understanding of narratives of a singular experience, which some have described as religious. In the search for a solution to a given problem, the harmony guided by the hardness of logic and by the light emanating from fulfilled intuition refer to Something that goes beyond the achievement, that cannot be said and can only be shown. Thus, mathematical work is a place where the Beauty that hides the intimate relationship between Nature and the harmony that constitutes it is shown.*

Key words: *mathematics, creation, discovery, infinity, harmony, beauty, transcendence.*

1. LA TRAYECTORIA SEGUIDA

El título que recibí para este artículo es sencillo de comprender y muy difícil de decir. O al menos eso ha sido para mí. No es la primera vez que me acerco a esta cuestión, pero escribir estas páginas está siendo un reto y a la vez una oportunidad que me posibilitan expresar mi pensamiento al respecto. En el texto hay tres tramos bien diferenciados: una presentación de cómo concibo la matemática, que se compone a su vez de dos tiempos. Uno corresponde al proceso de la historia en que la matemática es el fruto del quehacer de personas concretas en relación con otras con las que podían entenderse, comunicarse y corregirse, y un segundo momento en el que en el quehacer matemático interviene de modo importante el ordenador, hijo de padre ingeniero y de madre matemática como alguien ha dicho[1], y lo hace colaborando con una mente humana que, a su vez, ha despertado del sueño de la certeza vivido sin acoger la duda por muy largos años.

En esta primera parte puede observarse que concibo el quehacer de la mente en interacción con la naturaleza, a la que no es ajena. Esto le dota de una doble dimensión expresada por los verbos *crear* y *descubrir*. Crea en cuanto que emergen unos entes con nombres propios, no existentes con anterioridad o no reconocibles en la primera mirada. Cuando los nombres son diferentes, según las culturas, la interacción de éstas, en tiempos a veces largos, llevará a una convergencia en lenguajes comunes, pues son expresión de un orden y de una armonía única, la propia de la naturaleza con la que la mente estuvo inicialmente en contacto. La relación de la matemática con la naturaleza física ha sido objeto de mucha reflexión y ha generado diversidad de posiciones; me ha parecido que éste no era el lugar para debatir con ellas, sino que me he limitado a hacerlas críticamente presentes y a ofrecer la que considero más idónea.

El segundo apartado del texto es una presentación de lo que conocemos como el infinito matemático. Los modos de aparición, la lógica por la que se rige, el alcance y los límites de la mente humana al trabajar con él, todo ello ha constituido y sigue constituyendo tanto retos admirables para el quehacer matemático como atisbos de la mente que invitan a preguntarse más allá del ámbito de la racionalidad matemática. ¿No pueden otras dimensiones de la racionalidad humana alcanzar, también, horizontes que trascienden lo que es propio de las lógicas con las que habitualmente trabaja para comprender los fenómenos de la naturaleza y las acciones humanas? Es decir, ¿no estamos ante un referente de sentido para la pregunta por la existencia de un infinito metafísico que afecta a la existencia humana?

La tercera parte la he titulado: "Y ahora Dios". Este punto de llegada sitúa la búsqueda de las relaciones entre Dios y la matemática en dos escenarios,

[1] Cf. Philip J. Davis & Reuben Hersh, *Descartes Dream. The World According to Mathematics*, Brighton, Sussex, The Harvester Press,1986, p. 25.

el escenario de las experiencias de belleza y armonía ligadas a la admiración cuando en determinados momentos de su quehacer se impone una visión singular que algunos, como el propio Einstein, califican de religiosa. El segundo escenario se dibuja a partir de la trayectoria del infinito matemático.

Los límites de lo dicho y de este modo de decir son muchos, pero espero que, al menos, posibiliten adentrarse en el diálogo sobre una cuestión central para la experiencia humana.

1.1. Las matemáticas de siempre

Podemos decir que la matemática entra en la historia humana a partir de las necesidades de la vida cotidiana y esto ha sido así en todas las culturas conocidas, es decir la matemática nace en la interacción de la mente humana con el mundo que la rodea. El matemático y filósofo del siglo XX Alfred N. Whitehead afirma que la originalidad de las matemáticas consiste en poner de manifiesto la existencia de relaciones entre las cosas que, podríamos decir, a simple vista están profundamente ocultas[2]. Largos periodos de tiempo condujeron a expresiones referidas a fenómenos bien de la naturaleza, bien de la vida cotidiana, y un día hubo alguien que encontró relación entre, por ejemplo, la cantidad de ovejas que cuidaba y la cantidad de dedos en su mano derecha. Con ese paso acababa de crear, podemos decir, una entidad matemática aplicable a cualquier colección de cualquier cosa que pudiera ponerse en relación con los dedos de una mano, el número cinco. Y, a partir de ese momento, la secuencia numérica se construiría ya no de forma arbitraria, sino teniendo en cuenta ese primer objeto y el lugar que marcó, por decirlo de modo simplificado.

El trabajo de la mente humana iría creando el lenguaje para dar nombre a entidades del universo matemático con las que parecía posible asir fenómenos de la naturaleza que hoy nos parecen elementales y que hasta entonces resultaban inasequibles al tratamiento del conocimiento empírico. Los hombres filosofaron por huir de la ignorancia, por sentirse perdidos en una multitud de saberes parciales. Los antiguos griegos buscaron saber a qué atenerse, un modo de comprender distinto al proporcionado por los mitos que permeaban el saber vulgar. Entendieron que la razón última de las cosas patentes se encuentra en su destino latente. A esto responde en el siglo VI la idea de naturaleza o *physis*. Una respuesta que consiste en pensar que las cosas son todas en el fondo lo mismo, que hay una realidad subyacente a todas las cosas y de la cual todas emergen o nacen. "Así la idea de naturaleza tiene detrás un supuesto, el de que las cosas proceden por generación de un fondo primario,

[2] Cf. Alfred N. Whitehead, *Science and the Modern World,* New York, The Free Press, 1967, p.19. (Primera edición en The Macmillan Company, 1925).

al cual se reducen en virtud de su radical identidad"[3]. Así, en la búsqueda de esos principios, Empédocles encontró tierra, agua, fuego y aire; Heráclito devenir; y Parménides ser. Los pitagóricos identificaron ese principio con el número.

En este contexto de búsquedas, Tales de Mileto (624-546 a.C.) propuso el agua, pero aportó además algo singular respecto de sus contemporáneos y se le suele reconocer como fundador a la vez de la filosofía y de la matemática. Visitó Egipto y aprendió de su cultura tanto modos de pensar como técnicas para medir y calcular. Pero lo que vemos como singular en Tales fue el haber iniciado una nueva forma de relacionarse con los números y con las figuras. Los trató como si tuvieran una realidad constante y fija, como si sus propiedades les pertenecieran, los consideró en su consistencia propia. Pasaron de ser abstracciones de las cosas naturales a ser entes de razón. Kant se referirá a esta situación en el prólogo a la segunda edición de la *Crítica de la Razón Pura*[4].

Pitágoras, como Tales, había estado en contacto con el tratamiento que las culturas de Mesopotamia y Egipto habían dado a las necesidades de medir y de contar. A su regreso a Grecia creó una escuela que, contando con estos avances y con los llevados a cabo por los pensadores griegos, hizo nuevas preguntas y buscó para los números y las figuras, es decir para las "cosas matemáticas", un lugar en la comprensión del mundo. Según el testimonio de Aristóteles, los pitagóricos consideraron que los principios de las matemáticas son los principios de todas las cosas. Es decir, los principios de toda la realidad hay que buscarlos en estos entes peculiares, de manera que los entes existen por imitación de los números[5]. El pensamiento pitagórico abrió caminos completamente nuevos respecto de la anterior filosofía Jónica. Su posición coincide con la de aquellos en ser una invalidación de la *doxa* para instalarse en el punto de vista de lo que las cosas son, de su consistencia. Podría decirse que el descubrimiento de Parménides dice que las cosas, antes de toda ulterior determinación, consisten en consistir.

Si bien la consideración de que el número es el *arjé* de la Naturaleza nos queda lejos, como también nos puede quedar lejos la narración del *Timeo* en sus términos concretos, en ambos casos la metáfora que encierran no está agotada, sigue dando que pensar. Cuando Platón cuenta, que puesto que el Demiurgo era bueno y quería hacer un universo bello eligió el modelo del ser

[3] Julián Marías, *Biografía de la Filosofía*, Madrid, Alianza Editorial, 1980, p. 28. (Primera edición en Revista de Occidente, 1954).

[4] Cf. Enmanuel Kant, *KRV*, BXI, 1787. (Edición española de Pedro Ribas, Madrid, Ediciones Alfaguara, 1988, 6ª ed.)

[5] La cita de Aristóteles dice lo siguiente: "Y viendo que los números están en las cualidades y razones de lo armónico, pues todo lo demás manifiesta asemejarse a los números en toda su naturaleza, y siendo los números lo primero de toda la naturaleza, consideraron que los elementos de los números son los elementos de todas las cosas y que todo el cielo era armonía y número." Aristóteles, *Metafísica* 985 b 23-986 a 3.

parmenídeo en lugar del modelo del devenir de Heráclito, encontró en las matemáticas los materiales para hacer las construcciones con la mayor generalidad pensable[6]. Conjuga los cuerpos geométricos con las proporciones numéricas para dar cuenta de cómo está hecho el universo, de su estructura oculta. Y narra de qué manera superó una dificultad que le salió al encuentro en el camino que estaba siguiendo. La dificultad consistía en el tratamiento requerido por el tiempo, pues éste es puro devenir y cambio. Ante este escollo encontró el auxilio en la sucesión de los números naturales, que en cuanto números son eternos y pertenecen al mundo del ser, y en cuanto sucesión son devenir y expresan el cambio.

Es conocido que estas bellas imágenes no alimentaron el raciocinio de Aristóteles cuando buscaba dar cuenta de los procesos propios del conocimiento de la naturaleza. Y así, estas referencias no fueron fecundas hasta su emergencia en los inicios de la llamada *ciencia moderna,* primero con los estudiosos de los movimientos que sucedían en los cielos, los *sonámbulos* como Copérnico, Tycho Brahe, Kepler y Galileo. Más adelante Newton llegó a dar forma al Cálculo infinitesimal para satisfacer las necesidades que se le presentaban en su investigación de la naturaleza. Por otra parte, los matemáticos continentales, con nombres como Descartes o Leibniz, afrontaban los problemas matemáticos pertrechados con un bagaje filosófico de tipo racionalista, ensancharon el universo matemático conocido con nuevas entidades y teorías. Es sabido que Leibniz, construyendo sobre lo hecho por Pascal, llegó al mismo Cálculo infinitesimal ideado por Newton. Las grandes creaciones necesitaron del trabajo minucioso de grandes matemáticos de la etapa siguiente para entroncarlas con la herencia anterior sin amenazas de inconsistencias no admisibles.

Todo ello prepararía el terreno para que los grandes avances de la física de los siglos XVII y XVIII pudiera ser realizada por hombres que eran a la vez matemáticos y físicos, es decir, que estaban familiarizados con las formas y los lenguajes del universo matemático mediante los cuales expresaban los problemas físicos objeto de estudio. Y cuando esas entidades no estaban al alcance, investigaban, arriesgaban y las creaban dándoles nombres que a veces rompían con el sentido común, como son las de función o la de periodicidad, que fueron introducidas y desarrolladas del modo más general posible en aquel tiempo[7].

Este modo de hacer evidenció relaciones que se mantienen ocultas a la observación directa y al razonamiento inductivo y fue asentando una concepción del vínculo entre el estudio de la naturaleza, en aquel momento la física, y el análisis matemático que al inicio del siglo XIX generó un movimiento

[6] Materiales que se reducían a los entes matemáticos con nombre propio en aquel momento histórico.

[7] Pueden verse las páginas dedicadas a “Sobre la génesis del concepto de función” en Camino Cañón, *La Matemática, Creación y descubrimiento.* Madrid, Universidad Pontificia de Comillas, 1993, pp.167-181.

de rebeldía entre los jóvenes analistas franceses, que se negaron a desarrollar sus problemas vinculándolos a problemas de la física[8]. Este doble modo de trabajar queda patente en la crisis de la Geometría Euclídea que, en el caso de la alternativa de la geometría hiperbólica se logra tanto por investigaciones de Nikolai Lobachevsky, ligadas al estudio de un fenómeno de la naturaleza, como fue el paralaje de Sirio, como por el estudio puramente formal del sistema axiomático de Euclides llevado a cabo por János Bolyai[9].

Hay que decir, también, cómo Aristóteles consideró que el conocimiento de la Naturaleza y los fenómenos que se dan en ella no requería la matemática. Muchos otros lo vieron como él a lo largo del tiempo, incluido un conocido filósofo de la ciencia que no se caracteriza por su amistad con Aristóteles, Francis Bacon, pero la historia no les dio la razón, como hemos tratado de mostrar. Tampoco se la está dando el presente en el que procesos considerados incognoscibles, como el caos, se han manifestado habitados por una estructura matemática que los dota de orden. Y así, si lo que buscas es conocimiento de la Naturaleza, el camino no es solo ni principalmente la observación y las conjeturas acerca de lo que supuestamente ves, sino que el camino está escondido y serán las matemáticas, las de hoy o las que haya que crear o descubrir, la clave de ese conocimiento. En un comentario a la obra de Kepler, decía Einstein que la admiración por este hombre está asociada en él al sentimiento de admiración y respeto por la enigmática armonía de la naturaleza en la que hemos nacido. Y añade que en el trabajo de Kepler se pone de manifiesto con gran claridad que el saber no puede surgir de la mera experimentación, sino que sólo surge de la comparación entre lo ideado y lo observado. Para ello, parecería que la razón humana primero debe construir las formas, si es que quiere poderlas comprobar en las cosas[10].

Hay que decir que en el siglo XIX las ciencias de la naturaleza fueron el principal motor de avance en el conocimiento de la naturaleza y que en ese tiempo los procesos que acompañaron a la observación fueron fundamentalmente de carácter lógico, como la clasificación o la ordenación. Hans Jonas,

[8] Pueden verse las páginas de la historia de la matemática relativas a las dificultades que el gran creador de la ecuación del calor, Fourier, desde su puesto de autoridad en la academia francesa puso a la aceptación de trabajos de algunos jóvenes analistas por negarse a desarrollar sus teoremas vinculados a un problema de la física.

[9] El capítulo de historia de la crisis de la geometría euclídea puede consultarse en numerosos estudios clásicos y, hoy, también en Wikipedia. Desde la perspectiva del papel jugado por las creencias subyacentes en la axiomatización de Euclides, puede verse Camino Cañón, *La Matemática, Creación y descubrimiento,* pp. 95-112.

[10] Cfr. Albert Einstein, "Johannes Kepler", en *Mi visión del mundo,* Tusquets editores, 4ª edición 1984, pp-200-205. En este texto Einstein expresa su gran admiración por Kepler y no duda en exclamar: "qué grande debió ser su fe en que esas leyes existían para obtener la fuerza necesaria para sacrificar tantos años de paciente trabajo solitario".

en su libro *El Principio Vida*[11], se pregunta si Dios fue un matemático, y la negativa de su respuesta la construye precisamente con el argumento de que la matemática no está presente en el desarrollo de la vida. Nada se puede concluir, hoy en día, pero sí se puede decir que los avances proporcionados por el ordenador, por ejemplo la geometría fractal, posibilitan reproducciones de algoritmos que se corresponden finamente con hojas y plantas. Y esto por no hablar de los avances logrados en el área de la medicina. Quizás convenga situarse en una perspectiva de espera activa mientras se crean nuevas entidades matemáticas y los instrumentos computacionales para darles forma.

No se trata aquí de la naturaleza de los objetos matemáticos. Sí me interesa poner de manifiesto la problemática y afirmar mi punto de vista para dar cuenta a partir de él del modo como contemplo la relación entre las matemáticas y Dios. La visión empirista de la matemática sigue viva en autores que mantienen una posición naturalista, como Wilder, Kitcher, Maddy, etc. En este camino se considera que aciertos, errores y enigmas pueden conocerse sin rebasar las fronteras de la ciencia natural. Las posibles vías de trascender el mundo observable y el de las entidades teóricas de la ciencia natural se sitúan en un nivel de interpretación interna a la propia ciencia natural; si hay una anomalía, la reparación se lleva a cabo en plena travesía.

Otros autores, matemáticamente muy relevantes, entre ellos el propio Gödel, se declaran platónicos en textos muy explícitos. Para hablar con la precisión requerida por el contexto, entenderemos con este autor, por platónica, "la concepción de que la matemática describe una realidad no sensible que existe independientemente tanto de los actos como de las disposiciones de la mente humana, y que es lo percibido por ella, aunque probablemente de forma incompleta"[12].

Situar los cielos platónicos como respuesta sin matices a nuestra búsqueda me resulta un precio demasiado alto para dar cuenta de la actividad del matemático. La razón aducida por Gödel consiste en argumentar que dicha actividad muestra muy poco de la libertad que un creador debería disfrutar, pues cada teorema restringe la libertad de creación, ya que los siguientes resultados deberán, a partir de su entrada en el universo matemático, mantener la consistencia con él. La dificultad expresada me da pie para exponer mi pensamiento, que en gran medida participa de la visión de Gödel.

[11] Hans Jonas, *El Principio Vida*, Madrid, Trotta, 2000 (Primera edición Frankfurt am Main und Leipzig, 1994.

[12] Kurt Gödel, *Some Basic Theorems On The Foundations of Mathematics And Their Implications*, Josiah Willard Gibs Lecture, American Mathematical Society (1951); Versión española de Francisco Rodriguez Consuegra, *Kurt Gödel: Ensayos Inéditos.* Barcelona, Mondadori,1994. La cita corresponde a esta edición en español, p.169.

Por mi parte, considero que en el quehacer matemático se conjugan la creación y el descubrimiento[13]. Y esto, junto con el tema del infinito matemático, tiene relevancia para la relación entre las matemáticas y Dios. Cuidadosamente, hablando de las consecuencias de su teorema de incompletitud, Gödel afirma matizadamente: "Parece refutar la concepción de que la matemática (en cualquier sentido) *es solo nuestra propia creación*"[14]. Cuando me planteé pensar a fondo la cuestión de si el quehacer matemático era creación o descubrimiento comprendí que, aunque el modo de mostrarse apunta a la creación, no era solo creación, hay una dimensión fundamental de descubrimiento que paso a precisar y que quedará fundamentada en el último apartado.

La matemática es una creación de la mente humana que, como decíamos al principio, surge inicialmente de la interacción de la mente humana con lo empírico, y las entidades matemáticas comienzan su existencia, al menos para la historia, al ser nombradas por el hombre. Al aparecer el nuevo lenguaje, éste exhibe al unísono dos tipos de "necesidad". Por un lado, la que muestra que las cosas nombradas, a menudo de manera fragmentaria e incompleta, no están aisladas, que para llegar a ser plenamente requieren encontrarse en un sistema de entidades que se muestra armónico y al contemplarlo produce experiencia de belleza. Y por otro, la necesidad inherente al tipo de nexos que vinculan los elementos del sistema y que se corresponden con una racionalidad lógica que se muestra con la transparencia y la dureza de una piedra de diamante. Por eso, la creación matemática está sujeta a mantener la consistencia lógica con lo anteriormente logrado y, al hacerlo, proporciona un horizonte unificador de resultados a los logros de las diversas culturas y contextos[15]. Este horizonte unificador viene dado por la propia naturaleza, de la cual la matemática no es sino la expresión de su estructura y funcionalidad. Galileo lo entendió muy bien al decir que la naturaleza está escrita en caracteres matemáticos, pero la tarea de construir ese lenguaje ha quedado como un encargo para el hombre que, al llevarlo a cabo, se topa también con el asombro que le produce la otra dimensión, la dimensión estética propia del quehacer matemático, que es el orden y la armonía propia de él.

[13] Este es el título de mi libro ya citado *La matemática, creación y descubrimiento*. La tesis sostenida allí fue precisada en un trabajo ulterior: Camino Cañón, "¿Qué es la Matemática?", en *La Matemática en el siglo XXI*, J Carrillo y L.C. Contreras eds., Huelva, Universidad de Huelva, 2001.

[14] Kurt Gödel *op. cit.* p.156. El texto de Gödel continua así: "Pues el creador conoce necesariamente todas las propiedades de sus criaturas, ya que ellas no pueden tener más propiedades que aquellas que Él les ha dado. Así esta alternativa parece implicar que los objetos y hechos matemáticos, o al menos algo en ellos, existen objetiva e independientemente de nuestros actos mentales y decisiones, es decir, supone alguna forma de platonismo o 'realismo' respecto a los objetos matemáticos. Pues la interpretación empírica de la matemática, esto es la concepción de que los hechos matemáticos constituyen un tipo especial de hechos físicos o psicológicos, es demasiado absurda para ser sostenida".

[15] Vale aquí el eco de Heráclito cuando dice: "Hay que seguir a lo común, pero, aunque el logos es lo común, la mayoría viven como si tuviesen una inteligencia particular". D.K. 22, B.2

La matemática es una realidad cultural, es decir, es un producto humano realizado históricamente (creación) aunque lo descubierto (la legalidad) es atemporal, no sometido a la corrupción del tiempo. Por eso, aun contando con una naturaleza que nos es dada, la inagotable armonía de sus propios resultados va más allá de nosotros mismos, remite a una antropología abierta. Podemos decir que es una actividad creadora de conceptos y lenguajes. Pero, a la vez, es una actividad que expresa sus logros a menudo diciendo "lo encontré". Y lo que esto significa no es otra cosa sino que la búsqueda la realiza una mente humana entrenada para reconocer los objetos matemáticos históricamente nombrados y perfilados muchas veces, así como los nexos de la red que los pone en relación. Y en esa exploración, o bien encuentra una posibilidad todavía inédita de renombrarlos, o de crear un nuevo nudo conectado con algunos de ellos o, también, idea posibilidades nuevas de lenguaje y de vínculos directos o sistémicos para dar respuesta a problemas presentados por la Naturaleza, que hasta el momento o bien permanecían ocultos o la inexistencia de ese instrumental formal hacía pensar que no eran problemas reales, porque no podían abordarse.

La cuota de creatividad existente en la propia actividad del descubrimiento es muy grande. Hay creación, pero conjugada con descubrimiento, porque lo que obtengan los actos creativos ha de mantener la consistencia con lo anteriormente logrado. La naturaleza y la mente hacen este recorrido interactuando pacientemente, porque a veces las cosas son muy difíciles.

1.2. También hoy

Las consecuencias de las paradojas encontradas en la teoría de conjuntos concebida por Cantor llevaron a vigilar de cerca el papel que jugaba el infinito en esta nueva situación y con ello al surgimiento de dos modalidades básicas para el quehacer matemático diferenciadas por la aceptación o el rechazo de la apelación al principio del tercio excluso como criterio de existencia de nuevos objetos en dominios infinitos[16]. A partir de este hecho y de las consecuencias del teorema de Gödel sobre incompletitud e indecidibilidad de sistemas axiomáticos complejos, se reconoce una pluralidad de sistemas en el interior de la matemática.

[16] Esto significa que, en continuidad con la matemática clásica, seguía siendo aceptable la demostración de existencia según el patrón siguiente: si de suponer la no existencia de una entidad se sigue el absurdo, entonces se concluye la existencia de dicha entidad. Este modo, basado en la ley del tercio excluso, en un dominio infinito apela a "recorrer todos los casos", algo no posible en las concepciones intuicionistas y, con ellas, en los diversos constructivismos, por lo que solo se acepta la existencia de objetos para los que un algoritmo permita su construcción.

Al pensar hoy en el quehacer matemático observamos que la mente humana está creando sistemas matemáticos e informáticos *ad hoc*, para resolver casos concretos. La interacción de la mente con la realidad empírica en su perspectiva matemática se ha tropezado con sistemas caóticos y probabilísticos existentes en la naturaleza que están llegando a ser inteligibles gracias a la matemática que ha incorporado en su trabajo el ordenador.

Sin embargo, hoy no sólo encontramos límites en los sistemas matemáticos, como ya indicamos anteriormente, sino que la misma realidad objetiva es reacia a dejarse controlar. Se resiste a nuestros intentos de encerrarla en las estructuras deterministas de la matemática. Al trabajar con estructuras caóticas y probabilísticas de la naturaleza se da una mezcla enigmática cuyos procesos revelan un orden que emerge de un desorden, algo que las matemáticas no están aún preparadas para comprender completamente. Así, al preguntarnos acerca de la inteligibilidad del mundo, vemos que los órdenes caóticos y probabilísticos han transformado nuestra visión del papel de la racionalidad en el estudio empírico de aquel. Aunque, como diremos de nuevo en el apartado 3, al final, las estructuras matemáticas que algunos creían que se creaban libremente, responden a las mismas que los físicos utilizan para sacarle sus secretos a la naturaleza, la cual se ajusta a esas mismas estructuras.

El horizonte que aparece tiene discontinuidades con lo que se había concebido en la historia que nos ha traído hasta aquí y, a un tiempo, dado que el lenguaje de signos es susceptible de ser tratado por el ordenador, encontramos procesos inéditos y manifestaciones de un orden que en muchos casos ha dejado de ser determinista para pasar a ser probabilista. En el ámbito de las matemáticas no todo es teóricamente decidible, por lo tanto, también la presencia de errores es inevitable en el uso humano de las matemáticas y no podemos esperar disponer del "total" de los resultados que pudieran aparecer como posibles. Los resultados matemáticos no pueden ser completos. Y esto nos ha llevado a crear diversos esquemas posibles, ninguno de los cuales está predeterminado en todos los pasos. A través de estas gafas, la naturaleza parece estar compuesta de hechos de carácter probabilístico y caótico. En todos los frentes las matemáticas se enfrentan con la indeterminación y constantemente deben elegir entre varias posibilidades.

Para concluir este apartado diremos que la presencia del infinito en los procesos matemáticos, si bien se lleva a cabo a través de lenguajes formales, y a través de ellos se denuncian las inconsistencias que puedan surgir, como veremos en el apartado siguiente, puede mirarse también como una ventana abierta al lenguaje del símbolo que nos habla de procesos que nuestra mente no puede dominar, pero que tiene que aceptar o contar con ellos para seguir manteniendo la inquietud, no suprimible, de dar cuenta de la armonía y de la belleza subyacente a la realidad toda, incluida la que se deja mostrar a través de sistemas caóticos.

2. EL INFINITO

Hemos hecho este largo viaje en la historia de unas ciencias teóricas en las que los sabios deben iniciarse, según el parecer de Averroes, "aunque sus inteligibles no existen en la naturaleza de un modo real; así aparece entre ellos el concepto de infinito"[17]. Miguel de Guzmán, un matemático insigne, decía que la presencia del infinito es la causa profunda de la incompletitud de la matemática demostrada por Gödel. La presencia de los procesos infinitos en la matemática constituye para ésta un reto insoslayable[18]. ¿Aporta esta presencia singular algo relevante para nuestra indagación sobre las matemáticas y Dios? Para contestar esta pregunta necesitamos acercarnos, siquiera brevemente, a los distintos modos como se ha mostrado el infinito en el quehacer matemático a lo largo de su historia.

En el acto de contar, aparentemente sencillo, tomamos conciencia de que más allá de los números que podamos decir o escribir sigue habiendo posibilidad para nombrar otros. Esta es quizás la primera ventana abierta al infinito matemático que los seres humanos tenemos en nuestras vidas, pero a través de ella alguien encontró un día una situación desconcertante: algo tan evidente como que el todo es mayor que la parte, tomado por Euclides como uno de los axiomas lógicos sobre los que construiría la geometría en su obra *Elementos*, no parecía tan evidente en este contexto. Si alguien se toma la molestia de poner en relación el primer número par con el primer número natural, es decir el 2 con el 1, el segundo número par con el segundo número natural, es decir el 4 con el 2, el tercer número par con el tercer número natural, es decir el 6 con el 3, y así sucesivamente, comprenderá que podría seguir indefinidamente sin terminar nunca este proceso, y que pareciera como si del conjunto de los números pares no se pudiera decir que su tamaño es menos que el tamaño del conjunto de los números naturales, pues la relación mencionada, que deja fuera a los números impares, no termina nunca y por lo tanto también podríamos pensar que el tamaño de los pares y de todos los números naturales fuera el mismo. El desconcierto producido por este hecho no fue encajado como un comportamiento ordinario en el universo matemático hasta el último tercio del siglo XIX, cuando Bolzano encontró una definición que hablaba de una lógica diferente para las colecciones finitas y las infinitas. En el primer caso, los elementos del todo y los de la parte no pueden ponerse en relación 1 a 1. Sin embargo, en el caso de los conjuntos infinitos sí se puede hacer y esta posibilidad se convierte en la caracterización de lo que se conocerá como conjunto infinito.

[17] AVERROES, *Exposición de la República de Platón*, Barcelona, Altaya, 1995, p. 94. (Estudio preliminar, traducción y notas de Miguel Cruz Hernández en la edición de la editorial Tecnos, Madrid 1986).

[18] Miguel DE GUZMÁN, *Un legado de fe,* Madrid, Herederos de Miguel de Guzmán Ozámiz, 2016, p. 229.

Es un lugar común, pero no por ello deja de ser relevante, el desconcierto sufrido por la comunidad pitagórica ante el hallazgo de lo que habría de ser el número irracional. Una situación enigmática en la que estará presente una forma de infinito. Le sucedió a los pitagóricos al poco de celebrar el resultado del teorema de Pitágoras. Un día el pánico cundió entre los miembros de la comunidad pitagórica porque aplicando este teorema a un triángulo cuyos catetos medían 1 pie cada uno, la medida del tercer lado era algo cuyo cuadrado debería ser 2, pero no había ningún número que pudiera cumplir esa condición. Se había topado con un α-logos, con algo que no era un número, pues no podía ser ni un entero ni una fracción de dos enteros, por eso era irracional. Aquella comunidad matemática sorteó la dificultad como pudo, refugiándose en la llamada teoría de las proporciones atribuida a Eudoxio (400-350) y expuesta por Euclides en el libro V de *Los Elementos*. Pero ni Eudoxio ni el gran Arquímedes, que utilizó los métodos de aquél, y, en concreto, el método de exhaución en el que aparece la existencia de un límite geométrico, como el de dividir indefinidamente los lados del polígono visualizando el círculo como límite, se encuentra el concepto de límite numérico. Los creadores del cálculo infinitesimal utilizan el paso al límite de los procesos de exhaución complementada, en el caso de Leibniz, por consideraciones de tipo metafísico, apelando al principio de continuidad, como enseguida diremos.

En el caso de Descartes, la visión del número seguía fundada en la medida, con la mentalidad griega, y por ello su visión del número satisface el requerimiento de "lo claro y lo distinto" propio de lo finito. Para él, el único infinito del que se puede hablar es el infinito en potencia, el llamado infinito potencial y, en términos de Escuela, syncategoremático. Leibniz se distancia críticamente de esta visión de Descartes, trabaja sobre los resultados de Pascal y se abre admitir la existencia de cantidades infinitamente pequeñas y a concebir que éstas y el principio de continuidad con ellas permiten dar el paso al límite y considerar la igualdad como "la última de las desigualdades", algo que suena aberrante en la concepción estática cartesiana. Y así, una serie puede definir numéricamente lo que con anterioridad solo era tratable geométricamente, por ejemplo, el número π:

$$\pi/4 = 1-1/3+1/5-1/7+\ldots+ 2n+1$$

El uso del infinito generó mucho fruto en todo este período, aun sin estar rigurosamente caracterizado matemáticamente. La aparición del cálculo infinitesimal supuso acceder a un dominio inasequible para la racionalidad matemática vigente en el segundo tercio del siglo XVII. Voltaire había dicho de él que era "el arte de nombrar y medir exactamente una cosa cuya existencia no puede ser concebida"[19]. El proceso seguido hasta llegar a los resultados

[19] Cfr. Morris Kline, *Mathematics in Western Culture*, London, Penguin Books 1974, p. 267. Primera edición de 1953.

independientes de Newton y Leibniz obedece al trabajo y la genialidad de varios matemáticos, entre ellos Cavalieri, Wallis, Fermat, Pascal en el continente, y Barrow, maestro de Newton en el panorama anglosajón.

Para nuestra finalidad nos centramos en las consideraciones de Leibniz. Éste, en su *mathesis universalis,* diferencia dos ciencias diferentes: la matemática de lo finito, como la geometría, el álgebra o la aritmética, en la que rige el *principio de posición,* que permite tratar el todo a partir de sus partes, y la matemática del infinito, donde el principio rector es el llamado *principio de transición o de continuidad* ideado a semejanza de lo que se entendía entonces respecto de la naturaleza: "ésta no da saltos". Así, el orden que rige hace que entre dos números haya un continuo en el que se suceden todos los números intermedios. En la matemática de lo finito, con el principio de posición como rector, una trasformación puede hacer semejantes dos elementos al modo como la curva y la recta constituyen un par de elementos homogéneos. Sin embargo, en la matemática del infinito el principio de continuidad permite relacionar pares de elementos que aparecen más bien como una especie de contradictorios: tiempo/instante, espacio/punto, desigualdad/igualdad, etc. Leibniz llamó a estos pares "homogones" y sobre ellos actuaba el principio de continuidad para permitir considerar el reposo como un movimiento infinitamente pequeño (es decir, como equivalente a una especie de su contradictorio) y la coincidencia con una distancia infinitamente pequeña, y la igualdad como la última de las desigualdades, etc.[20].

Para Leibniz el *principio de continuidad hace* posible escribir la serie 1/2 +1/4 +1/8+…=1. Lo cual está lejos de presuponer una división actual del segmento de longitud 1 y considerar una suma de partes, sino que aplica una operación inexplicable en las categorías cartesianas: el paso al límite. Los puntos suspensivos ("…") indican esas partes tan numerosas como se quiera, lo cual no es otra cosa que una designación del infinito potencial o syncategoremático, al cual, puesto que no es un todo, puesto que no es infinito actual, no se podría aplicar la igualdad estática definida por el que hemos llamado *principio de posición*: el todo es igual a la suma de sus partes. Descartes estaba encerrado en una visión del número fundada en la medida y consiguientemente finita, por lo que su método se regía por el principio de posición, mientras que en el modo de hacer leibniziano, el *principio de transición o de continuidad* permite liberar al número y permite someter al mismo cálculo las curvas geométricas y las mecánicas que Descartes tuvo que evitar porque su cálculo no permitía su tratamiento.

Leibniz busca cómo justificar este modo de hacer en el que el rigor demostrativo no se sustenta únicamente en los principios de identidad y

[20] Cfr. Gottfried W. Leibniz, GM [*Mathematische Schriften*. 7 vols. Edited by C. I. Gerhardt. Halle, 1849-63. Reprint, Hildesheim: Georg Olms, 1963] VII p. 19 y *Carta a Varignon, 2-II-1702*, en GM IV, p. 91.

contradicción, sino que necesita hacer uso de principios que no son formales, sino metafísicos, como el orden que emana y da concreción al principio de continuidad. La recomendación de su uso la repite en varios lugares desde su convicción tanto de la utilidad como de la claridad de la idea, que para él es independiente de la existencia de una imagen de ésta[21]. Está convencido de que el método que propone es un instrumento poderoso para la matematización de la naturaleza y que todo sucede en ella como si las magnitudes infinitamente grandes e infinitamente pequeñas fuesen perfectas realidades, aunque al expresar su pensamiento le dice a su amigo Pierre Varignon: "para decir la verdad, yo mismo no estoy demasiado persuadido de que sea necesario considerar nuestros infinitos infinitamente pequeños de otro modo que como cosas ideales o como ficciones bien fundadas"[22].

El principio de razón suficiente no actúa del mismo modo cuando se trata de verdades universales y eternas, consideradas como tales por Leibniz las de la geometría euclídea y las de la aritmética o el álgebra, que cuando se trata de verdades singulares en las que el infinito está presente. Dice al respecto: "sólo Dios es capaz de percibir el infinito de términos cuya conexión permite establecer la unidad de lo real y restablecer la homogeneidad de la ciencia; Dios es 'profeta', tan fácilmente como es geómetra"[23]. El infinito matemático leibniziano proviene de la misma fuente que las verdades necesarias, es decir, necesitó apelar a Dios[24].

Igualdades como la serie del número π mencionada anteriormente no se justifican por el principio de contradicción, sino por un orden sujeto al principio de continuidad, como ya hemos indicado. Este modo de hacer matemáticas abrió un campo inmenso para el análisis matemático y solucionó muchos

[21] En esa misma carta a Varignon le había dicho: "De donde se sigue que, si alguien no admite nada de líneas infinitas e infinitamente pequeñas con el rigor metafísico y como cosas reales, puede servirse de ellas como de nociones ideales que posibilita el razonamiento, semejantes a las que se llama raíces imaginarias en el análisis común, las cuales por muy imaginarias que sean, no dejan de ser útiles, incluso necesarias para expresar analíticamente las magnitudes reales". GM IV, p. 92.

[22] Gottfried W. Leibniz, *Carta a Varignon, 20-6-1702,* en GM 4, p.120.

[23] Citado por Leon Brunswicg, *Les étapes de la Philosophie mathématique*, Paris, Presses Universitaires de France, 1947, p. 203.

[24] G.W. Leibniz, *Nuevos ensayos sobre el entendimiento humano*, Madrid, Editora Nacional,1983. Edición preparada por Javier Echeverría Ezponda. Dice Teófilo: "[…] la consideración del infinito proviene de la semejanza o razón que se mantiene, y su origen es el mismo que el de las verdades necesarias y universales. Lo cual permite ver cómo aquello que da cumplimiento a la concepción propia de la idea de infinito se encuentra en nosotros mismos y no puede venir de las experiencias sensibles, así como las verdades necesarias tampoco pueden ser probadas por medio de la inducción, ni por los sentidos. La idea de absoluto está en nosotros anteriormente, como la de ser: esos absolutos no son otra cosa que los atributos de Dios, y puede afirmarse que son la fuente de las ideas, como el propio Dios es el principio de los seres […]. Y esos todos infinitos, como sus opuestos infinitamente pequeños, no son usados más que en el cálculo de los geómetras, como en álgebra se usan las raíces imaginarias" (p. 182).

problemas de la física, a la vez que dejó tras de sí una amplia tarea para ser domesticada y hacerla apta para el quehacer riguroso. Esta misión correspondió a mentes brillantes de la etapa siguiente[25]. Y no fue hasta 1858 que el matemático suizo Richard Dedekind[26] se asomó a una nueva posibilidad para mirar el análisis con independencia de la geometría y ofrecer de manera definitiva una definición de "número real", el que puede ser tanto racional como irracional, por medio de un concepto que nombró "cortadura" y que tiene en su base las aportaciones de Eudoxo. Así, una *cortadura* es una *clase de números* "racionales" en la que se evidencia cómo un número real está compuesto por secuencias infinitas de estos números racionales. Al ser infinitas las secuencias, los números i-racionales tienen cabida. Un largo camino desde los pitagóricos, pero que no agota todas las búsquedas.

El paso siguiente es la consideración del infinito matemático no ya en potencia, sino en acto. Comenzamos diciendo que Leibniz se mantiene en la tradición aristotélica. En el mismo pasaje de *Nuevos Ensayos sobre el entendimiento humano* citado, en la nota anterior, en su diálogo con el personaje de Locke, dice éste: "no poseemos la idea de un espacio infinito, y nada más evidente que el absurdo de la idea actual de un número infinito". La respuesta de Leibniz en voz de Teófilo dice: "opino igual. Pero no porque no se pueda tener la idea de infinito, sino porque algo infinito no puede llegar a constituir un auténtico todo"[27].

Entramos en un tercer nivel de la consideración del infinito matemático que se encuentra ya en la Teoría general de conjuntos y que admite como objetos no solo los números naturales y otras cantidades describibles mediante el infinito potencial, sino también conjuntos infinitos de estos objetos de primer nivel, como serían los números reales. Contamos aquí con conjuntos infinitos de conjuntos infinitos, y conjuntos de tales conjuntos, etc., en toda la generalidad concebible[28].

Fue Cantor, un matemático ruso (1845-1918), quien contemporáneamente con Dedekind, entre otros autores, se ocupó del infinito numérico en las últimas décadas del siglo XIX y principios del XX. Cantor se percató de que era

[25] Podrían citarse entre otros: Euler (1707-1783), Fourier (1768-1830), Gauss (1777-1855), Cauchy (1789-1857), Weierstrass (1815-1897). Por su parte, en el mundo inglés, Newton llegó también desde sus trabajos de física al Cálculo diferencial e integral, pero la notación utilizada encerraba una complejidad muy superior a la empleada por Leibniz. Esta fue una razón importante para que se trabajara sobre lo aportado directamente por Leibniz.

[26] Richard Dedekind, *Essays on The Theory of Numbers. Continuity and Irrational Numbers. The Nature and Meaning of Numbers*, New York, Dover Publications, Inc., 1963.

[27] G. W. Leibniz, *Nuevos ensayos sobre el entendimiento humano*, o.c., p. 183.

[28] Puede verse Camino Cañón Loyes, "El Infinito Matemático", en *Revista portuguesa de Filosofía* 73, nn.3-4 (2017) 1295-1318. Sugiero entrar en internet y ver una representación muy ilustrativa de lo que estamos hablando. Basta buscar "El hotel de Hilbert" y elegir el formato más sencillo para visualizarlo.

posible hablar de la cantidad de elementos de un conjunto infinito tal como se habla de la cantidad de elementos de un conjunto finito. Es decir, encontró que era posible medir el tamaño de un conjunto infinito y, de hecho, comparar el tamaño de los conjuntos infinitos para encontrar que unos eran mayores que otros. Por ejemplo, al probar que el conjunto de los números naturales (1, 2, 3, 4,…) no puede ponerse en correspondencia 1 a 1 con los números reales, pudo afirmar que el infinito del primer conjunto es menor que el que corresponde al conjunto de los números reales. Sin embargo, probó que hay una correspondencia 1 a 1 entre el conjunto de los naturales y el conjunto de los números racionales, lo cual permite afirmar que los tamaños de ambos son el mismo infinito. Estas medidas se expresan con el término "cardinalidad" y se representan con la primera letra del alfabeto hebreo: $\aleph_1$, $\aleph_2$… Por otra parte, la perspectiva del orden nos lleva a ω como el menor ordinal transfinito. La teoría que elaboró la conocemos con en nombre de teoría de números transfinitos.

De esta teoría de conjuntos creada por Cantor dijo Hilbert, uno de los más grandes matemáticos del cambio del siglo XIX al XX: "nadie nos arrojara del paraíso que Cantor ha creado para nosotros", significando con ello que las paradojas que surgieron del modo como habían sido definidos los conjuntos debían ser superables y, en efecto, lo fueron al introducir la gran creación cantoriana en el formato axiomático. Y fue precisamente trabajando en la cuestión de lograr probar la consistencia de la teoría axiomática construida para la aritmética ordinaria cuando Gödel demuestra que esa teoría, aparentemente sencilla, si es consistente, entonces no es completa. Dicho de otra manera, la ausencia de contradicción en sus procesos internos lleva consigo el que haya verdades aritméticas que no pueden ser demostradas como teoremas dentro de la aritmética formalizada como sistema axiomático. Los procesos infinitos que, a pesar de la aparente sencillez de la aritmética, lleva consigo uno de los axiomas que nos resultan naturales en la axiomatización de aquella, como es el principio de inducción completa, desencadenan la dificultad.

El alcance que el paso de la consideración del infinito potencial al actual en matemáticas pueda tener para reflexiones futuras de carácter antropológico o teológico está aún sin desarrollar[29].

[29] El profesor de Antropología Teológica de la Universidad P. Comillas de Madrid, Pedro Fernández Castelao, defendió brillantemente una tesis doctoral en Filosofía en mayo 2022, con el título: *El infinito creado actual en Blaise Pascal y George Cantor. Prolegómenos filosóficos para una futura antropología teológica.* En uno de los últimos párrafos de sus conclusiones, dice el profesor Fernández Castelao: "Somos esencialmente infinitos, pero vivimos provisionalmente bajo el imperio de la finitud. Por eso, la bienaventuranza eterna es mejor concebirla prescindiendo completamente de la finitud, salvaguardando la alteridad entre el Creador y sus criaturas con la ayuda de los diferentes tipos de infinitud creada actual". Su trabajo da cuenta de cómo esta afirmación puede justificarse. Confiamos que este magnífico trabajo se transforme muy pronto en un libro asequible a todas las personas interesadas en el tema.

3. Y AHORA, DIOS

3.1. El apoyo en lo real y la belleza

Llegados a este punto tomo prestada la pregunta "¿y cómo ha de ser esto?" que tantas veces he hecho objeto de meditación pausada y de lecturas diversas. He mencionado ya mi convicción de que la matemática es a la vez creación y descubrimiento, y considero que la conjunción de ambos proporciona el entramado desde el que el quehacer matemático remite, o puede remitir, a la experiencia de trascendencia. Me haré ayudar en lo que sigue de algunos textos autorizados por la propia experiencia de matemáticos insignes.

Mi convicción del doble carácter de creación y descubrimiento, con la que abro la pregunta sobre Dios, se basa en que, si bien al ofrecer algo inexistente la impresión que se suscita es la de crear –algunos usan el verbo inventar– sin embargo, lo nuevo para ser incorporado al universo matemático con propiedad, necesita que muestre su consistencia con lo previamente aceptado como habitante de ese mundo ideal. Se puede entender que se acepta que hay algo previo, que hubo algo inicial, pues de otro modo se caería en una regresión al infinito, y la mente humana lentamente iría alumbrando en pasos dados con dificultad los nuevos resultados que se probarían consistentes con los anteriores. Pero también se puede ir más allá, y considerar que lo aparentemente creado responde a lo que permanentemente está, a la estructura misma de la naturaleza dada, por eso es un acto de descubrimiento, si bien el lenguaje para expresar las nuevas entidades y sus conexiones sí es creación del autor, como lo fue al inicio según consta en los estudios de antropología cultural[30]. Al realizar esto en un aquí y un ahora determinados, se hacen presentes no solo las limitaciones de su entendimiento, sino también las inherentes a la herencia sobre la que construye y con la que dialoga, así como tampoco está libre de pagar algún tributo a las modas vigentes en el contexto cultural en el que el autor se desenvuelve. Hay que añadir que en la historia de la matemática ha habido casos en que se han dado simultáneamente, en un período de tiempo concreto, hallazgos que envueltos en lenguajes diferentes se muestran, con el paso del tiempo, como respondiendo a las mismas entidades matemáticas. El caso del Cálculo infinitesimal de Leibniz y el de fluxiones de Newton es solo un ejemplo entre otros muchos.

Este producto cultural llamado matemáticas nació ligado epistemológicamente a la armonía de la naturaleza y exhibe su doble dimensión lógica y estética, de manera que la inagotable armonía que caracteriza a la matemática es expresión de la inagotable armonía de su origen. Los matemáticos y los científicos de la naturaleza de todos los tiempos han actuado en su propio quehacer

[30] Puede verse Raymond L. Wilder, *Evolution of Mathematical Concepts. An Elementary Study*, Milton Keynes, England, Open University Press, 1978.

sostenidos por la creencia de inteligibilidad de la naturaleza, y el indicador más importante para mantener esa creencia ha sido, y es, la admiración ante la belleza y fecundidad de los frutos logrados por la comunidad matemática en cada tiempo. El matemático pastorea la belleza, se podría decir parafraseando lo escrito recientemente por un filósofo español[31].

Llegados a este punto es la hora de preguntarnos: ¿dónde está Dios en todo esto? Analíticamente nos situaremos en dos escenarios, si bien ambos pueden contemplarse unitariamente: el escenario de la propia naturaleza y el escenario que se dibuja a partir de la trayectoria del infinito matemático.

La referencia a la naturaleza, a la realidad dada, para muchos a la realidad creada, como algo inteligible por el lenguaje matemático, *irrazonablemente inteligible,* como alguien ha dicho, produce un asombro de carácter singular. El premio Nobel de la primera mitad del siglo XX, el inglés Paul Dirac, físico y matemático, dirá que las reglas que utiliza el matemático tienen apariencia de ser inventadas mientras que las que usa el físico vienen fijadas por la naturaleza, pero el paso del tiempo hace cada vez más evidente que las primeras coinciden con las elegidas por la naturaleza[32]. Esta convicción de Dirac pone de manifiesto lo que también expresaba un matemático español contemporáneo, Miguel de Guzmán, cuando decía que la matemática es, en el fondo, una exploración de las diversas estructuras complejas del universo[33].

Este modo de concebir las cosas puede mirarse como la capacidad de la razón para mantenerse en la realidad, de modo tal que, al acoger lo que se le ofrece, experimenta una armonía singular y una belleza única. Quizás sea eso "lo místico", que decía Wittgenstein, o lo que otros han confesado al decir que se han sentido ante el Misterio. Tal es, por ejemplo, la conocida expresión de Einstein:

> La religiosidad del investigador se apoya en el asombro ante la armonía de las leyes que rigen la naturaleza, en la que se manifiesta una racionalidad tal que en contraposición con ella toda estructura del pensamiento humano

[31] Alfredo Marcos, *Sobre la belleza humana*, León, Eolas Ediciones, 2022. La frase a la que aludo dice así: "El ser humano pastorea la belleza", p. 7.

[32] Este es el texto de Dirac: "El matemático juega a un juego en el que él mismo inventa la reglas, mientras que el físico juega otro en el que la reglas vienen fijadas por la naturaleza; pero con el paso del tiempo se hace cada vez más evidente que la reglas que los matemáticos encuentran interesantes son las mismas que ha elegido la naturaleza". Dirac era un ateo reconocido que con el paso del tiempo dio muestras de que quizás estaba dejando de serlo. Es ilustrativo a este respecto lo que, tras hablar con él, Pauli dijo en sus crónicas: "Si entiendo correctamente a Dirac, él dice: no hay Dios y Dirac es su profeta". De hecho, Dirac, aunque durante varios años se mostró como un ateo, con el paso del tiempo, en 1963, declaró para un artículo de *Scientific American* que consideraba a Dios como un gran matemático que empleó ciencia avanzada para crear el universo. En una conferencia en 1971 se mostró escéptico de que la vida haya surgido por casualidad y dijo que "se debe asumir que Dios existe" en relación a las leyes de la física cuántica.

[33] Miguel de Guzmán, *op. cit.*, p. 233

> se convierte en insignificante destello. Este sentimiento es la razón principal de su vida, y puede elevarlo por encima de la servidumbre a los deseos egoístas. No hay duda de que este sentimiento está muy allegado al que colma los caracteres creadores y religiosos de todos los tiempos[34].

Einstein denomina a esta situación *religiosidad cósmica*.

Este modo de actuar de la razón no es ajeno a lo que alcanzo a entender en un texto de Zubiri en el que presenta lo propio de ella como "la fuerza de la impresión de la realidad según la cual la realidad profunda se impone coercitivamente en la intelección sentiente". La realidad "en la que ya estamos impresivamente", dice Zubiri. Y concluye que "el problema de la razón no consiste en averiguar si es posible que la razón llegue a la realidad, sino justamente al revés: cómo habremos de mantenernos en la realidad en que ya estamos. No se trata de llegar a estar en la realidad, sino de no salir de ella"[35].

Lo dicho por Paul Dirac en la referencia anterior cabe ser interpretado en esta clave: es el reconocimiento de que determinadas maneras de mantenernos en esa realidad nos capacitan para experimentar dimensiones de ella de una profundidad sorprendente, de modo que lo expresado por Einstein se encuentra también dicho de modos similares por otros autores. El mismo Heisenberg, apoyado en su propia experiencia y en la lectura de otros testimonios, generaliza diciendo que "en el momento en que el hombre de ciencia descubre las ideas exactas y alcanza a verlas, se produce en su alma un proceso indescriptible de extraordinaria intensidad. Estamos ante el sorprendente estremecimiento del que nos habla Platón en el *Fedro*"[36]. Un sorprendente estremecimiento ante lo bello.

Este hecho es el que me lleva a considerar que esos atisbos de belleza apuntan más allá de ver algo agradable, celebran el estallido de la creación y son ventanas de luz que abren a la trascendencia. La reacción inmediata de la naturaleza humana a la visión religiosa es la adoración. La adoración a Dios

[34] Albert Einstein, *Mi visión del mundo*, Barcelona, Tusquets editores, cuarta edición, 1984, p. 24.

[35] El texto completo al que nos estamos refiriendo es el siguiente: "Lo propio de la razón no son sus presuntas evidencias, ni su rigor empírico o lógico, sino que es ante todo la fuerza de la impresión de la realidad según la cual la realidad profunda se impone coercitivamente en la intelección sentiente. El rigor de un razonamiento no pasa de ser la expresión noética de la fuerza de la realidad, de la fuerza con que se nos está imponiendo la realidad en la que ya estamos impresivamente. Por tanto, el problema de la razón no consiste en averiguar si es posible que la razón llegue a la realidad, sino justamente al revés: cómo habremos de mantenernos en la realidad en que ya estamos. No se trata de llegar a estar en la realidad, sino de no salir de ella". Xavier Zubiri, *Inteligencia y razón*, Madrid, Alianza Editorial/Sociedad de Estudios y Publicaciones, 1983, pp. 95-96.

[36] Así habla Heisenberg desde su convencimiento y experiencia propia. La interpretación que hace de este hecho la remite al *Fedro* en el que Platón habla de cómo el alma recuerda algo que ha poseído desde siempre sin darse cuenta. Véase Werner Heisenberg, *Más allá de la Física*, Madrid, BAC, 1974, p. 248.

no es una regla de salvación, sino una aventura del espíritu, un vuelo tras lo que no se puede obtener pero que se siente cerca y también lejos. La religión emerge así en la experiencia humana como la visión de algo que está más allá, detrás y dentro, algo que es real y sin embargo en espera de suceder, algo que es una posibilidad remota y a la vez lo más grande de los hechos presentes[37]. En esta clave podrían leerse los textos que hemos aducido.

Los matemáticos que, como Kepler o Newton, creían en un Dios personal, en este caso en el Dios de Jesucristo, dan testimonio abiertamente de su experiencia de fe en el quehacer de su obra. Así, Kepler al final de su obra exclama: "Te doy gracias, Señor Dios, creador nuestro, porque me has dejado contemplar la belleza de tu obra creadora"[38]. Y de Newton se podrían citar exclamaciones en la misma línea; a él también le había sido deparado descubrir una interrelación de suprema belleza en la que reconocía al Dios creador[39]. Y tantos otros. Quizás también podríamos citar a Pascal entre ellos, si pudiera valer aquí lo dicho por Martín Buber a propósito del llamado *Memorial* que escribió la noche de una experiencia mística (23 de noviembre de 1654), en el que decía que era una prueba de que Pascal no era un filósofo, sino un matemático. Pascal quiso tener siempre presente el recuerdo de la "certeza, alegría y paz" experimentada por el encuentro con el "Dios de Abraham, de Isaac y de Jacob, no de los filósofos y de los sabios"[40].

Y, sin separación estricta de lo dicho, entramos en el segundo escenario que apunta más allá de nosotros mismos, el hecho del infinito matemático.

3.2. La naturaleza y el infinito

Con un hilo de continuidad con lo anterior resaltamos aquí la especificidad del infinito en esa relación con la naturaleza de la que venimos hablando. Me ha parecido que para este punto sí puedo acudir a Pascal y a su manera de explicitar esta cuestión.

Pascal pensó el infinito en sus dos expresiones de infinitamente grande e infinitamente pequeño, a partir de realidades con las que entendemos la

[37] Pueden verse los comentarios al respecto hechos por A.N. Whitehead, *op. cit.,* p. 192 ss.

[38] Johannes Kepler, citado en Werner Heisenberg *op. cit.* p. 240.

[39] "Four Letters from Sir Isaac Newton to Doctor Bentley containing some arguments in Proof of a Deity", London, Printed for R. and J. Dodsley, Pall-Mall, MDCCLVI, en *Science and Religious Belief 1600-1900. A Selection of Primary Sources*. D. C. Goodman, ed., London, Open University Set Book, 1973, pp. 131-136. Véase p. 133.

[40] Martin Buber, *El eclipse de Dios,* Salamanca, Sígueme, 2003, pp. 77ss. El llamado Memorial se incluyó en la sección IV, fragmento 912, según la edición Loius Lafuma. Después de la muerte de Pascal, se encontró un pergamino plegado y dentro un papel, ambos escritos por su puño y letra. Estaban cosidos en el forro del puño de su chaqueta. De hecho, durante ocho años se cuidó de coserlo y descoserlo a medida que cambiaba de trajes.

naturaleza: el número, el espacio y el movimiento. Goza de la autoridad de haber sido precursor del Cálculo infinitesimal en el que el número infinitesimal juega un papel fundamental.

En su Opúsculo "Reflexiones sobre la geometría en General. Del espíritu geométrico"[41], Pascal da cuenta de un verdadero acto de creación y a la vez de descubrimiento. Descubrimiento en su indagación de la naturaleza en el contexto de la matemática existente, y de creación por cuanto nombra y dota de criterios a las dos "infinidades". Muestra la evidencia de que, si algo puede aumentar, es porque también puede disminuir y, en ambos casos, en procesos que van al infinito. Lo ejemplifica en los casos del número, el espacio y el movimiento y argumenta que no hay demostración para hacerlo, pero, la razón para que no la haya no es la oscuridad, sino precisamente el hecho de que se muestra con extrema evidencia, lo cual hace que esa falta de demostración no sea un defecto sino más bien una perfección. Podríamos decir que esa extrema evidencia sustenta, en este caso, la certeza de los resultados que, haciendo uso de esta concepción, se puedan conseguir.

Para cualquier movimiento, cualquier número, cualquier espacio, cualquier tiempo que sea, hay siempre uno más grande y uno más pequeño, de suerte que se mantienen siempre todos entre la nada y el infinito, permaneciendo siempre infinitamente alejados de sus extremos. Y concluye afirmando que hay propiedades comunes al movimiento, al número, al espacio, al tiempo, cuyo conocimiento abre el espíritu a las mayores maravillas de la naturaleza, en concreto señala las dos infinidades que se encuentran en esas realidades, según los procesos analizados: una de grandeza, la otra de pequeñez. Un salto que liga naturaleza, conocimiento, belleza e infinito. Veamos esto con mayor detalle.

Desmenuza Pascal algunas relaciones que se dan entre el cero y los números, también en el caso de un indivisible y la extensión, entre la quietud y el movimiento, entre instante y el tiempo, para llegar a encontrar una correspondencia entre ellas porque "todas esas grandezas son divisibles al infinito sin caer en sus indivisibles, de manera que todas ocupan el término medio entre el infinito y la nada"[42]. Y, a partir de esto, de nuevo Pascal da el salto para mostrar "la admirable relación que ha puesto la naturaleza entre esas cosas y las dos maravillosas infinidades que ha propuesto a los hombres, no para concebirlas sino para admirarlas"[43].

Al enfrentar Pascal las objeciones habidas en su tiempo por parte de algunos que rechazaban su propuesta, no encuentra otra razón que justifique esa posición salvo la imposibilidad que esas personas tenían para concebir los

[41] 1657/58. Ver nota crítica en B. Pascal, *Obras,* Madrid, Gredos, 2012, p. 259.

[42] *Ibid.,* p.274

[43] *Id.*

procesos divisibles *ad infinitum.* Pascal completará su argumentación aseverando que "no es por nuestra capacidad para concebir esas cosas por lo que debemos juzgar de su veracidad"[44].Y por eso todas las veces que una proposición es inconcebible hay que dejar el juicio suspenso y no negarla a causa de esa señal, sino examinar su contraria y, si se la encuentra manifiestamente falsa, no se puede sin dudar afirmar la primera, por incomprensible que sea. No se ahorra Pascal en este contexto ofrecer un elemento antropológico de comprensión de este hecho y nos recuerda que una enfermedad común al hombre es creer que posee la verdad directamente. Y de ahí viene que esté siempre dispuesto a negar todo lo que le es incomprensible, mientras que en realidad no conoce naturalmente más que la mentira y que sólo debe tomar por verdaderas aquellas cosas de las que lo contrario le parece falso[45].

En esta argumentación pascaliana podemos encontrar de manera brillante la presentación de expresiones de la propia naturaleza y de entidades matemáticas, y el modo como el hombre puede captarlas a través de esas maravillosas infinidades, que, aunque no pueda concebirlas, sí puede admirarlas.

Sobre el tipo de experiencias en torno al infinito, además de los efectos apuntados podemos identificar otro que mencionábamos más arriba al acercarnos a la fundamentación de "extrema evidencia" que le da Pascal: una íntima convicción que conocemos como "certeza". La certeza ha atravesado el tiempo convertida en creencia inconmovible de que el resultado logrado para un problema determinado, tras varios pasos metódicos, incluido el deductivo, da cuenta armónica de la intuición purificada, podríamos decir, surgida en el contacto con el problema en cuestión. Al lenguaje usado para objetivar lo comprendido se le va a exigir el sometimiento a una lógica bien definida y en concreto al requisito de la consistencia en el interior de la teoría en la que se sitúe el problema. El resultado de aplicar ese rigor, lejos de emerger como algo cargado de rigidez, lo hace como una expresión de armonía y simplicidad que se impone con la fuerza de lo que es digno de admirar por encajar en un orden superior que, aunque permanece oculto, genera la convicción de que forma parte de un todo. Por eso el resultado de un problema va más allá de un juego de lenguaje bien construido, pues tiene que ver con lo real y, por ende, con la verdad.

Lo nuevo aparece como la resultante de las dos componentes que han actuado en el momento de asentir al logro conseguido: la armonía guiada por la dureza de la lógica como si de un diamante se tratara y la luz que emana

[44] *Ibid.,* p. 270

[45] Quizás John Stuart Mill conocía esta argumentación al decir que muchas de las cosas que en la historia se han considerado imposibles de hacer, pasado el tiempo se vio que no eran imposibles, sino únicamente inconcebibles para el momento cultural que las asumió como imposibles. Sirva como ejemplo el voto de la mujer o tantos otros logros de la conciencia moral colectiva en la línea de los derechos humanos.

de la intuición cumplida y que remite a Algo que va más allá de él, que no se puede decir en lenguaje y tan sólo puede ser mostrado. La contemplación de esa representación del orden de la naturaleza constituye un cierto contacto con su belleza; alguien ha llegado a decir que "la belleza del mundo es el orden del mundo cuando se lo ama"[46]. Y quizás se pueda decir también que las matemáticas son una muestra de cómo esa belleza es una expresión de la íntima relación entre la naturaleza y la armonía que la constituye.

Quizás, y aventuro la interpretación, la certeza se quiebra al ignorar una de las dos componentes. La armonía propia de la matemática venimos diciendo que se manifiesta en el lenguaje lógicamente trabado, pero es inseparable de la realidad a la que remite y le dota de su dimensión de verdad[47]. Lo acabamos de ver en la comprensión pascaliana de los dos tipos de infinidades, como él mismo dice. Esta segunda dimensión confrontó a los pitagóricos con lo que aparecía como resultado de operaciones numéricas al aplicar el teorema de Pitágoras a un cuadrado de lado 1. El resultado de la medida de la diagonal de aquel cuadrado no podían tratarlo como un número, pues no era racional, y con el tiempo aprendimos a decir que "era real, aunque fuera i-racional". El resultado rompía con lo convencionalmente aceptado, algo que el tiempo nos ayudaría a reconocer como una expresión del infinito. Veamos lo que podemos aprender de la fecundidad del infinito en relación con la certeza en un período singular de la historia de la matemática, que conocemos como "crisis de fundamentos", el tiempo en el que la certeza entra en crisis.

Hemos hablado ya de las paradojas producidas por la presencia del infinito en diversos momentos de la historia, aunque la permanencia de éstas en el seno de la matemática no parecía producir especiales sobresaltos; resultaba suficiente decir que la lógica que regía lo finito no era la que regía en los procesos infinitos. Estos hechos por sí mismos no perturbaron la confianza en la matemática ni quebraron el sentimiento de certeza sustentado desde las más diversas perspectivas filosóficas[48]. Sin embargo, cuando a finales del siglo XIX se crearon los lenguajes formales de Frege y Peano y la teoría de conjuntos de Dedekind y Cantor expresados en los sistemas formales correspondientes, el tratamiento del infinito en ellos hizo que aparecieran nuevas paradojas que,

[46] Simone Weil, *A la espera de Dios*, Madrid, Trotta, 2009, 5ª ed., p. 105.

[47] Es un lugar común decir que la verdad no tiene lugar en matemáticas, pues sus lenguajes formales no tienen referente real. En el trabajo ordinario hecho con lenguajes formales puramente puede sostenerse lo dicho, pero, en cuanto construcción unitaria, la matemática mantiene el depósito de verdad que la liga a la naturaleza y que hace de su quehacer un descubrimiento, y no solo una creación.

[48] Una excepción relevante es la liderada por Krönecker, matemático alemán que quiso tomarse en serio el intuicionismo kantiano y que su teoría puede comprenderse en este dicho suyo: "los números naturales nos los ha dado Dios, lo demás es hechura humana", expresando con ello que el infinito que aceptaba era únicamente el infinito potencial de los números naturales. En esta línea se situó más tarde la escuela intuicionista del holandés Brouwer.

esta vez sí, amenazaban con resquebrajar todo el edificio. Se produjo entonces la llamada "crisis de fundamentos". ¿Sobre qué base asentamos la certeza? En esta situación las posiciones que empezaban a dibujarse en torno a ella arrancaron a Hilbert su frase, ya citada: "nadie nos arrojará del paraíso que Cantor ha creado para nosotros", y con esa finalidad planteó una vía como salida de dicha crisis.

La superación de esta *crisis de la certeza* la propuso Hilbert trabando dos materiales: el lenguaje formal recién estrenado y la lógica utilizada hasta entonces, la conocida como lógica clásica, junto con la apelación a un principio que se convirtió en el cimiento de la certeza: el principio de consistencia. Si toda la matemática conocida se volcaba en un molde axiomático que asegurara la consistencia del edificio construido con lenguaje formal y trabado por la lógica clásica, entonces la certeza de los resultados matemáticos quedaría a salvo. No se buscaba que lo nuevo fuera comprensible, pero sí que fuera consistente. Y fue en este contexto en el que Gödel, buscando la consistencia del sistema más básico, la Aritmética formal, se topa con algo desconcertante: si la Aritmética es consistente entonces no es completa, es decir, hay fórmulas en ella que, correspondiendo a verdades aritméticas, no pueden ser demostradas dentro del sistema formal. Es decir, el gran sueño de Hilbert no llevaba al puerto buscado y habríamos de convivir con una matemática cuya certeza se resistía a ser encerrada en la torre de lenguajes formales y lógica.

El propio Gödel reconoció que no podía dar razón de por qué sucedía esto[49]. Y se buscó un modo alternativo de tratar al infinito en el proceso. Emergió así una propuesta constructivista para la matemática que empleaba un tipo de lógica –se llamará intuicionista– que solo actúa sobre el infinito potencial, y otras propuestas de lógica finitistas, que sin renunciar al infinito actual lo tratan con ciertas restricciones. Se remodeló también el tratamiento del axioma del infinito en la teoría de conjuntos de Cantor y se inició un periodo en el que la convivencia con la pérdida de la certeza del edificio meramente lógico formal queda apuntalada con la religación de la matemática con lo real, con el mundo físico y las actividades humanas, si bien en formas plurales, como he mencionado en un apartado anterior.

Se llega así a algo que hoy es un hecho: el ideal de un único lenguaje formal para toda la matemática se ha revelado un sueño imposible. Los resultados de Gödel muestran que no existe un sistema completo de axiomas a partir del cual podamos deducir toda la aritmética. Algunos pensaron que quizás traducida la demostración de su teorema a un lenguaje de tipo algorítmico, de modo que pudiera ejecutarse mecánicamente, esa limitación quedaría subsanada por la máquina. Pero los autores que, de modo autónomo, dieron forma a esta

49 Véase Mariano Ortega de Mues, *Tesis doctoral*: *Orden y Diferencia. Alternativas en la comprensión de la Aritmética,* Universidad P. Comillas, Madrid, 2000.

conjetura, Alonzo Church y Alan Turing, confirmaron el resultado de Gödel, que no es posible demostrar formalmente todas las fórmulas verdaderas de un sistema como la Aritmética y, por ende, cualquier otro más complejo que ésta.

De todo ello podemos extraer una conclusión relevante para nuestro tema. El infinito que quebró el sueño de reducir la consistencia a un logro interno de un sistema axiomático sigue remitiendo la certeza a un nexo de relación con la naturaleza que no nos es dado aprehender por entero y nos invita a seguir actuando bajo la tutela de un principio de consistencia que se escapa para albergarse en las regiones de la metafísica. El pluralismo y la indecidibilidad hacen que estén admitidas tanto la creciente complejidad de la lógica y de los sistemas formales como la búsqueda, no tanto de la solución del problema, cuanto de la mejor solución disponible para el problema. Es decir, la creciente complejidad de programas informáticos con los que se intenta procesar los datos que proporcionan las ciencias empíricas, ofrece resultados para los cuales el desafío radica en encontrar los criterios adecuados que determinen para eso las mejores soluciones[50]. Y así, si el supuesto de la consistencia se presenta como la presencia obligada de la metafísica en el poderoso mundo de los signos que posibilita el tratamiento de problemas nuevos por el ordenador, constatamos, además, que ese poder tiene un límite en el mundo humano, que consiste en saberse en tierra extraña cuando el ser humano se relaciona con símbolos a través de los que expresa dimensiones de su propia experiencia como puede ser la religiosa[51].

Quizás, y volviendo a la reflexión inicial sobre la experiencia de armonía y belleza experimentada en el quehacer matemático, cabe decir que la belleza de la naturaleza no es un atributo de la materia en sí misma, sino una relación de aquella con nuestra propia sensibilidad y, en este tiempo, es la concordancia entre, quizás, una infinidad de bellezas, a la vez perfectas y parciales, lo que constituye nuestro acceso al carácter trascendente de la belleza del mundo. El gran edificio construido únicamente a partir de los lenguajes formales y de la lógica puso de manifiesto que el infinito que albergaba requería otra dimensión, la que proporciona la naturaleza como referente, y que al abrirlo a la verdad irradia el destello de lo bello y muestra el misterio de trascendencia que esconde.

Lo finito se recorta en lo infinito como un horizonte. El infinito está en nuestra mente a modo de un espacio abierto en el que lo finito se destaca, precisamente limitándose a través de su propia concreción. Al contar está ya presente, de alguna manera, la recepción de la presencia del infinito en nuestra mente. Nuestro conocimiento de los objetos concretos, de cualquier

[50] Puede verse una exposición extensa sobre estas cuestiones en Javier Leach, S.J., *Matemáticas y religión. Nuestros lenguajes del signo y el símbolo,* Santander-Madrid, Sal Terrae-Universidad P. Comillas, 2011, cap. 6, pp. 87-115.

[51] Cf. *Ibid.* p.145 ss.

conocimiento de lo finito, nos hace percibir la presencia de lo infinito, no para concebirlo, pero sí para admirarlo. Esta apertura del hombre al infinito, ¿puede verse como un aspecto de la apertura total del hombre al misterio del ser, presente en su propia estructura intelectual y vital? Esta apertura del hombre al horizonte misterioso del ser constituye la luz inherente al hombre mismo que puede ser desglosada de diversas formas en el conocimiento natural de Dios. El teorema de Gödel se puede mirar como una indicación de apertura estructural de la mente al misterio, a lo que ni sabe ni ha de saber nunca. El matemático puede mirarse a sí mismo y a la magnífica estructura que ha hecho emerger y reconocer con alegría la presencia del misterio, que no le desbarata los muchos mundos maravillosos que la matemática de veinticinco siglos ha creado. Y, luego, al contemplarse con mayor profundidad como ser humano, puede encontrarse más dispuesto para abrirse a ese misterio total del ser al que apunta su misma estructura humana integral[52].

Todavía permanecen conjeturas no resueltas, y nadie puede prever las que emerjan en el futuro, en las que el infinito tiene su papel. La comunidad matemática se mantendrá alerta y tratará de encontrar algún tipo de solución en el tiempo venidero. La mirada poética de entonces estará sustentada en la experiencia de belleza del proceso que desvele su relación con lo real y, por ende, con la trayectoria de un quehacer en el que se esconde una modalidad del Misterio de la relación entre el hombre y el mundo, entre Dios y la creación.

4. APUNTE CONCLUSIVO

Lo dicho hasta aquí no se corresponde con el lenguaje de las demostraciones propias de la matemática. Tampoco con los argumentos orientados a la persuasión de la existencia de Dios. ¿Qué juego de lenguaje he utilizado para esta meditación sobre *las matemáticas y Dios*? En una de las obras póstumas de Wittgenstein, *Sobre la certeza*, analiza este autor la diferencia entre las expresiones “Sé…” y “Creo…”. Me sirvo de su reflexión para explicitar el alcance de lo que he pretendido hacer. He tratado de afirmar que algunas

[52] Cfr. Miguel de Guzmán, *op. cit.*, p. 230. No me resisto a transcribir una cita larga de este autor que pensó en profundidad sobre esta cuestión: “¿Cuál puede ser el sentido de esta apertura a la trascendencia? Será bueno, para comenzar, tratar de delimitar cuándo podemos responder afirmativamente sobre la existencia de una tal apertura a la trascendencia desde el mismo quehacer de la matemática. Tal vez, pienso yo, se puede hablar de tal apertura cuando al reflexionar sobre este quehacer el hombre encuentra en él mismo indicios, pistas, que hacen pensar a quien matematiza que hay *algo o alguien* en el universo más allá de él mismo, es decir, que es más, que sabe más, que puede más, que fundamenta de alguna manera lo que encuentra, su misma actividad creativa, *por lo que o por quien,* según podemos barruntar, la naturaleza se sostiene de algún modo, está realmente ahí, que es misterioso para nosotros y ante el cual, en principio, nuestro papel consiste en guardar un silencio respetuoso y expectante ante la posibilidad de que se comunique de alguna manera más cercana. ¿Se dan tales elementos en la actividad matemática?”. *Ibid.* p. 231.

personas tenemos la firme convicción de que el desarrollo de la matemática en la historia y el propio quehacer matemático proporcionan una experiencia que va más allá de aquellas otras con las que, en cada tiempo, conocemos el mundo y que nos llevan a decir "sé...". Esa convicción se ha gestado en experiencias propias y a la vez la hemos recibido de experiencias de personas que nos resultan fiables y que apuntan a algo que nombran, y nombramos, como Misterio, "lo místico", "lo divino", etc.

No desvelo nada al confesar que lo escrito no se orienta a añadir un saber específico a quien lo haya leído. Tan sólo he querido mostrar cómo algunos de los que han hecho real ese saber de la matemática, con creaciones y descubrimientos que han sustentado la ciencia y la tecnología disponibles hoy, también han dejado abierto un gran balcón a la armonía, a la Belleza, a ese enigma que supone la apertura de la mente al Infinito. El panorama, así abierto, nos lo proporciona su manera de haber compartido, a modo de convicción firme, lo que se les ha mostrado. No se trata del resultado logrado, ni de algo que se deriva de esos logros a los que han conducido sus esfuerzos y trabajos. Es algo de otro orden que no se expresa con "sé", sino con "creo", de manera que el carácter firme de la convicción es un modo de manifestar que, en el terreno en el que está situada, no caben pruebas contrarias a su verdad por moverse en la esfera del sentido que compromete a toda la persona cuando ésta pone en juego la capacidad humana de fiarse. Acojo aquí lo que expresa Wittgenstein: "En el fundamento de la creencia bien fundamentada se encuentra la creencia sin fundamentos"[53].

Camino Cañón Loyes
Cátedra Hana y Francisco Javier Ayala de Ciencia, Tecnología y Religión
C/ Alberto Aguilera 23
28015 Madrid (España)
loyesccc@gmail.com

[53] Ludwig Wittgenstein, *Sobre la certeza*, Barcelona, Gedisa 1988, nº 253. Edición bilingüe alemán-español. (Original alemán: Oxford, Basil Blackwell,1969).