

TECNOMATEMÁTICAS EXPERIMENTALES Y SOCIEDAD: VON NEUMANN Y WOLFRAM

EXPERIMENTAL TECHNOMATHEMATICS AND SOCIETY:
VON NEUMANN AND WOLFRAM

Javier Echeverría

Jakiunde, Academia de Ciencias, Artes y Letras

javierecheverria@jakiunde.org

Resumen: *Tras recordar a algunos precursores de las ciencias de la computación (Leibniz, Babbage y Turing), se analiza la aparición de las Big Mathematics en los años 1940-50 y luego de las tecnomatemáticas a partir de los años 1980. Las primeras fueron impulsadas por John von Neumann (Proyecto ENIAC, computadoras con arquitectura von Neumann), las segundas por el lenguaje TEX de Knuth y diversos paquetes de software matemático, entre los cuales se analiza MATHEMATICA, diseñado y desarrollado por Stephen Wolfram. Finalmente se comenta el impacto social de las tecnomatemáticas, en particular sobre las personas: aparición de las tecnopersonas.*

Palabras clave: *ciencias de la computación, software matemático, tecnopersonas, John von Neumann, Stephen Wolfram.*

Abstract: *After recalling some of the precursors of computer science (Leibniz, Babbage and Turing), we analyze the emergence of Big Mathematics in the 1940-50s and then of technomathematics from the 1980s onwards. The former was driven by John von Neumann (ENIAC Project, computers with von Neumann architecture), the latter by Knuth's TEX language and various mathematical software packages, among which MATHEMATICA, designed and developed by Stephen Wolfram, is analyzed. Finally, the social impact of technomathematics, particularly on people, is discussed: the emergence of technopersons.*

Keywords: *Computing Sciences, Mathematical Software, Techno-persons, John von Neumann, Stephen Wolfram.*

1. INTRODUCCIÓN

La filosofía de las matemáticas ha prestado mucha atención a la ontología y a la epistemología, pero mucho menos a la praxis matemática. En su dimensión práctica, las matemáticas siempre han tenido una componente empírica y técnica, porque abordaban problemas de muy diversa índole e intentaban resolverlos, inventando medios para ello. Históricamente ha habido problemas clásicos propiamente matemáticos, como la cuadratura del círculo, la duplicación del cubo o la trisección de un ángulo, pero otros problemas matemáticos provienen de muy diversas fuentes externas: registro de la propiedad de la tierra en la desembocadura del Nilo, agrimensura, navegación, configuraciones estelares, música, cuentas de un negocio, lenguas, juegos e incluso los rompecabezas y acertijos, por no hablar de las ciencias físico-naturales y sociales o de la arquitectura y el teatro, que han generado cuestiones e incluso teorías matemáticas. Baste recordar el problema de los puentes de Königsberg, magistralmente resuelto por Euler, que generó la topología combinatoria. Polya llegó a definir las matemáticas por su capacidad de resolver problemas¹.

Los quehaceres matemáticos han ido cambiando en función de los lenguajes e instrumentos propuestos por aritméticos, geómetras, algebristas, analistas y estadísticos en las diversas culturas donde se han desarrollado las ciencias y las artes matemáticas. Valgan la regla y el compás como ejemplo canónico de la instrumentación geométrica en la época de Euclides, pero sin olvidar que los pitagóricos utilizaron números figurados para demostrar y resolver problemas aritmogeométricos, ni que los dedos y los ábacos han sido el instrumento tradicional para contar y calcular, hasta que fueron surgiendo los diversos tipos de números y más tarde los signos algebraicos, las ecuaciones, las funciones y las distribuciones. Al Kwarizmi introdujo en el siglo IX d. C. los números arábigos (guarismos) y dio nombre a una noción fundamental de la tecnomatemática actual: la de algoritmo. Ahora bien, antes de centrarme en el actual *estilo algorítmico*, por decirlo al modo de Javier de Lorenzo², conviene evocar brevemente los célebres *logaritmos neperianos*, que fueron denominados *números artificiales*. Lord Napier los creó para facilitar los cálculos de senos y cosenos, que eran imprescindibles para la topografía, la navegación y la astronomía. Un instrumento canónico de la ciencia moderna fue la *tabla de logaritmos*, es decir, un libro que recopilaba largas ristas de números decimales, cosa que también hacían otras muchas *tablas matemáticas*. Esos instrumentos eran estrictamente auxiliares, puesto que facilitaban los cálculos y evitaban errores, al reducir los algoritmos de multiplicar y dividir a sumas y restas, que son mucho más fáciles de llevar a cabo sin equivocarse. Esas tablas generaron un

¹ G. POLYA, *How to Solve It*, Princeton, Princeton University Press, 1965.

² JAVIER DE LORENZO, *Introducción al estilo matemático*, Madrid, Tecnos, 1972, reimpresión en 1989, y *Estilos matemáticos en los inicios del siglo XX*, Madrid, Nivola, 2014.

nuevo concepto matemático, la función logarítmica, implementado luego por su función inversa, la exponencial, hoy en día decisiva en física teórica, pero también en ciencias sociales y en teoría de la complejidad.

Los logaritmos muestran que algunos instrumentos matemáticos han generado importantes cambios a lo largo de la historia porque esos instrumentos, una vez generalizados, se han convertido en conceptos, e incluso en teorías. Es lo que ha ocurrido en el siglo XX con la aparición de las *computing sciences*, a las que, por mi parte, prefiero denominar *tecnomatemáticas*. La *revolución computacional* cristalizó en la época de la segunda guerra mundial y fue promovida por Turing y von Neumann, entre otros. La revolución tecnomatemática, en cambio, tuvo lugar a finales del siglo XX y fue generada por los nuevos paquetes de software matemático (REDUCE, MAPLE, MACSYMA, MATHEMATICA, etc.) y por la aparición de *tecno-lenguajes matemáticos* (TEX, R, Python, etc.) que han informatizado prácticamente todos los instrumentos y lenguajes matemáticos previos, y eso sin perder operatividad alguna, sino incrementándola. Esto vale para casi todas las ramas de la matemática, cuya escritura, formulación y expresión tiene lugar hoy en día en las pantallas digitalizadas, en lugar de las pizarras, papeles, revistas y libros tradicionales, aunque estos instrumentos del hacer matemático sigan existiendo. Jon Barwise, editor durante muchos años de la sección "Computers and Mathematics" de las *Notices of the American Mathematical Society* escribió en 1998 lo siguiente:

Nos guste o no, los ordenadores están cambiando radicalmente el rostro de las matemáticas, desde la investigación a la enseñanza, pasando por la escritura, la comunicación personal y la publicación... Los ordenadores nos están obligando incluso a ampliar nuestras ideas sobre lo que constituye hacer matemáticas, haciéndonos tomar mucho más en serio el papel de la experimentación en matemáticas... Una visión del futuro es que las matemáticas llegarán a tener (o ya tienen) dos caras distintas: la experimentación, que puede beneficiarse de la rapidez y de las capacidades gráficas de programas como MAPLE y MATHEMATICA, para permitirnos detectar regularidades y hacer conjeturas, y la demostración, muy al estilo de las matemáticas actuales. Una visión más extrema del futuro es que los ordenadores se convertirán también en un aliado importante a la hora de aportar pruebas³.

³ "Whether we like it or not, computers are changing the face of mathematics in radical ways, from research, to teaching, to writing, personal communication and publication"... "Computers are even forcing us to expand our ideas about what constitutes doing mathematics, by making us take much more seriously the role of experimentation in mathematics"... "One view of the future is that mathematics will come to have (or already has) two distinct sides: experimentation, which can exploit the speed and graphic abilities of programs like MAPLE and MATHEMATICA, to allow us to spot regularities and make conjectures, and proof, very much in the style of today's mathematics. A more extreme view of the future is that computers will become an important partner in giving proofs as well". *Notices of the American Mathematical Society* 38/2 (Febrero 1998), p. 104.

Estas reflexiones de Barwise tienen importancia filosófica, puesto que no solo subrayan la importancia de los instrumentos técnicos, sino que dan un paso más, al contraponer la matemática demostrativa clásica con una *matemática experimental*. Para la filosofía *standard* de las matemáticas, y en particular para la filosofía de inspiración positivista, que afirmó el carácter tautológico o analítico del conocimiento matemático, la experimentación matemática y la influencia de las tecnologías resultan paradójicas. Sin embargo, también para la praxis matemática hay que afirmar una tesis básica de la filosofía actual de la ciencia: el *pluralismo metodológico*⁴. En varias fases de la investigación matemática se usan métodos empíricos y experimentales, tal como he argumentado en otros lugares⁵, lo cual no impide que luego vengan demostraciones y axiomatizaciones *more geometrico*. Desde esa perspectiva pluralista, la presencia de la técnica y de la tecnología en la práctica matemática es algo normal: siempre ha sucedido. Las técnicas simbólicas y figuradas han estado presentes y han desempeñado un papel relevante en la actividad matemática. La novedad consiste en que a finales del siglo XX la praxis simbólica y semiótica llamada genéricamente *lenguaje matemático* se ha digitalizado y tecnificado profundamente, hasta el punto de que los ordenadores son indispensables para hacer matemáticas hoy. Por eso hablo de *tecnomatemáticas*, coherentemente con la hipótesis más general de que en la segunda mitad del siglo XX buena parte de la ciencia se ha ido convirtiendo en tecnociencia⁶. Diré incluso que las *computing sciences* y la informatización han sido el motor de la irrupción de las tecnociencias, y en el siglo XXI de las actuales tecnosociedades y tecnopersonas.

Desde esta perspectiva, la construcción reciente de paquetes informáticos específicos para las matemáticas y su amplia difusión entre las comunidades científicas muestran el avance de la profunda tecnologización de la actividad matemática. Los matemáticos han sustituido la regla, el compás, el gnomon, el papel y la tabla de logaritmos por el teclado, el ratón, la pantalla y el *software*. La inmensa mayoría de las técnicas matemáticas pueden ser reproducidas en este nuevo medio de expresión y representación de objetos y figuras: las pantallas digitales, que además son instrumentos para la modelización y la experimentación. Por supuesto, el formalismo informático ha generado nuevos y sorprendentes objetos matemáticos, como los fractales y los agujeros negros, que son producto directo de esas nuevas tecnologías de simbolización.

⁴ Ver J. ECHEVERRÍA, "El pluralismo axiológico de la ciencia", en *Isegoría* 12 (1995) 44-79.

⁵ J. ECHEVERRÍA, "Observations, Problems and Conjectures in Number Theory", en J. ECHEVERRÍA, A. IBARRA Y T. MORMANN (eds.), *The Space of Mathematics*, Berlin-New York, De Gruyter, 1992, pp. 230-250. Ver también J. ECHEVERRÍA, "Empirical Methods in Mathematics", en G. MUNÉVAR (ed.), *Spanish Studies in the Philosophy of Science*, Dordrecht, Kluwer, 1996, pp. 19-56.

⁶ J. ECHEVERRÍA, *La revolución tecnocientífica*, Madrid, Fondo de Cultura Económica, 2003.

Hay varias razones para usar la expresión “tecnomatemática”. La principal es la siguiente: el sistema de instrumentos matemáticos al que comúnmente denominamos informática, siendo el canon de las tecnomatemáticas contemporáneas, no solo transforma las operaciones típicas de calcular y operar, trazar y dibujar, formular y resolver, sino que también ha modificado profundamente acciones matemáticas mucho más abstractas y teóricas, como las de demostrar, proponer y refutar hipótesis. Sobre todo, ha posibilitado la aplicación de *modelos matemáticos* para la simulación computacional de todo tipo de fenómenos, incluidas las relaciones entre personas: las tecnopersonas actuales son decisivas en la vida social y sólo existen gracias a los ordenadores, a Internet y a los centros de datos (*Big Data*). Por otra parte, la actual algorítmica tecnomatemática, cuyo canon son los lenguajes de programación, no sólo es aplicable a la propia praxis matemática, sino también a las ciencias de la naturaleza, a las Bellas Artes y al estudio de los más diversos fenómenos y procesos sociales y humanos. La tecnomatemática ha transformado la praxis matemática, pero también otras actividades científicas, sociales y humanas muy importantes. Por eso hablo de una revolución tecnocientífica, posibilitada por las tecnomatemáticas contemporáneas.

En lo que sigue, distinguiré entre los algoritmos tradicionales, propios de las matemáticas clásicas y los actuales tecno-algoritmos matemáticos, que son ejecutables únicamente en los ordenadores y que están a la base del desarrollo reciente de una nueva modalidad de sociedad: la sociedad de la información. Las tecnomatemáticas no sólo permiten procesar e interpretar los fenómenos físico-naturales, sino también las relaciones sociales y humanas. Todavía más: las actuales tecnomatemáticas, al ser tecnociencias, no se limitan a conocer el mundo, sino que lo transforman, y más concretamente transforman las sociedades y las personas. La actual revolución digital, que surge gracias a las tecnomatemáticas, forma parte de una transformación más amplia: la revolución tecnocientífica. Es la segunda razón por la que prefiero hablar de tecnomatemáticas, y no sólo de tecnologías digitales y *computing sciences*.

2. ORÍGENES DE LA TECNOMATEMÁTICA.

Hay muchos precursores de la aparición de la tecnomatemática⁷, pero en este artículo solo voy a mencionar a cuatro pioneros: Leibniz, Babbage, Turing y von Neumann. Dedicaré mayor atención a este último, porque pienso que John von Neumann fue el primer gran promotor de las tecnomatemáticas del siglo XX, tal y como defino esa noción. Sobre todo: él anticipó claramente la dimensión experimental de las actuales matemáticas informatizadas.

⁷ Véase, por ejemplo, John GOLDSTINE, *The Computer from Pascal to von Neumann*, Princeton, NJ, Princeton University Press, 1972.

Parafraseando lo que Derek della Solla Price denominó *Big Science*⁸, diré que las *Big Mathematics* surgieron en la segunda guerra mundial, gracias al proyecto ENIAC (*Electronic Numerical Integrator And Computer*) de la Moore School de Pennsylvania. El *Colossus* británico y la *CypherSchool* de Bletchley Park, donde trabajó Turing como criptoanalista, también aportaron grandes máquinas de computación, simbolización y desciframiento, pero apenas tuvieron difusión internacional. Conviene señalar que, durante la guerra, en EEUU se construyeron computadores de gran potencia, como el Analizador Diferencial Rockefeller del MIT o el ordenador M-9 para el disparo antiaéreo, creado por los *Bell Telephone Laboratories*. Esas computadoras no fueron electrónicas y se construyeron para tareas específicas, ciertamente militares. Turing y von Neumann también trabajaron como científicos para instituciones de Defensa y servicios de Inteligencia, de modo que la irrupción de las *Big Mathematics* tuvo un origen claramente militar y bélico. La singularidad de von Neumann consiste en haber promovido luego la construcción de varios grandes ordenadores para tareas muy diversas, incluidos algunos dedicados exclusivamente al avance de la ciencia, y en particular de las matemáticas. En los años 30 y 40 del pasado siglo varios grupos de científicos, ingenieros y técnicos usaron grandes máquinas de computación. Turing, por ejemplo, diseñó aparatos para el procesamiento simbólico y combinatorio. Los utilizó para practicar algunos juegos, así como para el criptoanálisis, la enseñanza de lenguas y la demostración de teoremas matemáticos. Fue el gran teórico de la computación, gracias a su célebre máquina de Turing, de aplicación general. Von Neumann conocía bien las ideas de Turing y se ocupó de problemas numéricos muy complejos, además de aplicar el ENIAC a la meteorología, a la física matemática y a los problemas de balística para cuya resolución fue contratado por el ejército americano. En 1941 ya era un experto reconocido en la teoría de fluidos expansivos. Por eso fue miembro del *National Defense Research Committee*, así como consultor del *Navy Bureau* desde 1942. Hombre de confianza de los estamentos político-militares estadounidenses, fue un gran lógico, un gran matemático y un gran físico, experto en lógica de la mecánica cuántica. También se interesó en la analogía entre el ordenador y el cerebro, aportando mucho a la automatización de tareas. Pero, además, mantuvo importantes conexiones políticas y militares en los años 40 y 50, sobre todo desde que se consolidó como investigador en el *Institute of Advanced Studies* de Princeton. Esas conexiones le permitieron participar y liderar proyectos de investigación de gran envergadura, de alcance internacional. Fue un gran emprendedor, no sólo un científico. Por eso fue el pionero de las tecnomatemáticas de finales del siglo XX.

⁸ Solla Price introdujo esa expresión en su libro *Big Science, Little Science* (traducción española, *Hacia una ciencia de la ciencia*, Barcelona, Ariel, 1973), aunque ya había sido usada en 1961 por Alvin Weinberg, director del *Oak Ridge Laboratory*.

El ENIAC supuso un salto cualitativo en la saga de grandes máquinas de computación científica. Fue el primer ordenador completamente automático y electrónico. Tuvo toda la financiación precisa para su construcción, cosa que no lograron Leibniz y Babbage en sus tiempos, ni tampoco el propio Turing, que nunca fue un *empresario científico*, algo que distinguió a von Neumann en su época. La circunstancia de que EEUU entrase en guerra tras el desastre de Pearl Harbour fue decisiva para que la construcción de grandes ordenadores de la serie ENIAC fuese factible. Von Neumann hizo algo muy importante, desde el punto de vista de la instrumentación científica: al terminar la guerra se dedicó a diseñar, construir y poner a prueba varios prototipos de grandes computadoras electrónicas con propósitos no militares, y todas ellas conforme a su propio diseño lógico y estructural: la *arquitectura von Neumann*. En suma: creó el *paradigma von Neumann* en ciencias de la computación. El gran valor estratégico del ENIAC posibilitó su construcción efectiva, sin que el Departamento de Defensa de los EEUU escatimase gastos. Esa gran máquina fue utilizada para simular trayectorias de proyectiles y fenómenos explosivos, bombas atómicas incluidas. Sin embargo, von Neumann quería disponer de una gran computadora que estuviese dedicada exclusivamente a la investigación científica, y en 1945 lo consiguió. Entonces se empezó a construir un segundo prototipo, el EDVAC (*Electronic Discrete Variable Arithmetic Computer*): otro canon de la *Big Mathematics*. Primero estuvo dedicado a realizar complejos cálculos numéricos, para poner a prueba sus capacidades de resolución de problemas. Luego tuvo aplicaciones civiles, como la meteorología y la automatización de procesos de producción. A von Neumann le interesaba la investigación básica, pero también la aplicada. Muchas operaciones pudieron ser realizadas con mayor rapidez y precisión con la ayuda de una serie de grandes equipamientos tecnológicos (AVIDAC, ILLIAC, JONIAN, MANIAC, ORACLE, ORDVAC, etc.) que dieron origen a la *Big Mathematics*, puesto que ocupaban mucho espacio y consumían mucha energía. El ENIAC operaba con números decimales en algunas fases de la computación y con números en formato binario en otras: fue analógico y digital a la vez. El EDVAC, en cambio, era prioritariamente digital. En todo caso, las computadoras con *arquitectura von Neumann* aportaron un nuevo paradigma, que supuso grandes cambios tecnológicos y metodológicos, pero también teóricos. La praxis tecnomatemática generó nuevas teorías.

Para entender la importancia histórica de esta revolución matemática conviene evocar la figura de Leibniz, que fue quien primero la imaginó, aportando además una fundamentación filosófica al *estilo computacional y combinatorio en matemáticas*. Leibniz construyó varias máquinas de computación aritmética, incluida una máquina criptográfica para el desciframiento de mensajes escritos, muy poco conocida⁹. También inventó el sistema binario de numeración,

⁹ Ver N. RESCHER, *On Leibniz*, Pittsburgh, University of Pittsburgh Press, 2013, pp. 313-368.

que permite expresar cualquier número entero como combinación de ceros y unos. Conoció y leyó a casi todos sus predecesores en el *Ars Combinatoria*, incluidos Raymond Llull y Sebastián Izquierdo. Presentó su máquina aritmética en la *Royal Society* londinense a finales de 1672. Mejoraba claramente las máquinas previas de Schicksal y Pascal, puesto que el cálculo de multiplicaciones y divisiones era puramente mecánico, no solo el de las sumas y restas. Para multiplicar y dividir números enteros recurrió a un ingenioso procedimiento mecánico, la rueda escalonada, que siguió siendo utilizado en los siglos XVIII y XIX, sobre todo desde que el alsaciano Charles Thomas produjo máquinas de calcular en serie a partir de 1810. Una variante de la rueda de Leibniz fue patentada por Baldwin en 1875, y siguió siendo utilizada hasta que surgieron los computadores electrónicos¹⁰, razón por la cual Leibniz es considerado como un gran precursor de las ciencias de la computación.

Fue matemático, lógico, físico, inventor y promotor *avant la lettre* de políticas científicas, al igual que von Neumann. Además, aportó una fundamentación filosófica a las artes de la computación y la combinatoria, e incluso les añadió una dimensión teológica cuando enunció su célebre lema: "*cum Deus calculat et cogitationem exercet, fiat mundus*"¹¹. Steve Wolfram, a quien dedicaré atención al final de este artículo, por haber creado una de las principales empresas *tecnomatemáticas mundiales* del siglo XXI, *Mathematica Research*, fue a Hannover a consultar los planos y manuscritos de Leibniz, y le ha considerado como el antecesor de la computación digital:

No se hizo casi nada con binario durante un par de siglos después de Leibniz: de hecho, hasta el auge de la informática digital en las últimas décadas. Por eso, cuando se examinan los trabajos de Leibniz, sus cálculos en binario son probablemente los que parecen más "fuera de su tiempo"¹².

Por todo ello, tiene sentido afirmar que Leibniz fue el primer gran precursor de la *tecnomatemática*. Sus grandes proyectos de una *Characteristica Universalis* y una *Mathesis Generalis* renacieron con Frege, Couturat, Hilbert, Turing, von Neumann, Wiener y otros lógicos y matemáticos del siglo XX, incluidos los principales teóricos de las ciencias de la computación. Leibniz buscó una y otra vez financiadores para su proyecto computacional (duque

¹⁰ Ver S. H. HOLLINGDALE Y G. C. TOOTILL, *Computadores electrónicos*, Madrid, Alianza, 1967, donde se dice que "en un período de sesenta años se hicieron unos 1500 aparatos con el sistema de la rueda escalonada de Leibniz" (p. 44).

¹¹ G. W. Leibniz, *Dialogus* (1677), en *Escritos filosóficos* (ed. Ezequiel de Olaso), Buenos Aires: Charcas, 1982, p. 174.

¹² "Almost nothing was done with binary for a couple of centuries after Leibniz: in fact, until the rise of digital computing in the last few decades. So when one looks at Leibniz's papers, his calculations in binary are probably what seem most 'out of his time'". Stephen WOLFRAM, "Dropping In on Gottfried Leibniz", 14 de mayo de 2013, disponible en <https://writings.stephenwolfram.com/2013/05/dropping-in-on-gottfried-leibniz/1-a/>.

de Hannover; primer ministro de Francia, Colbert; Emperadores de Viena; el propio Zar de Rusia, Pedro I el Grande...), pero ninguno de ellos hizo lo que el presidente Roosevelt decidió en los años 1940: financiar decididamente la construcción del primer gran ordenador electrónico, como medio para contribuir a ganar la segunda Guerra Mundial. Von Neumann estuvo muy involucrado en los proyectos ENIAC y Los Alamos, que eran secretos, y participó en ellos como lógico, matemático y físico de gran prestigio, pero también como persona de confianza para la administración federal. Leibniz sólo logró que algunos nobles le compraran uno o dos prototipos de su máquina de calcular. Tuvo que ser él quien financió la construcción de sus artefactos, lo cual le resultó muy costoso. Otro tanto ocurrió con Babbage décadas después: la idea de una máquina analítica multi-tarea la tuvo muy clara, e intentó construirla, pero no encontró quien invirtiera en ella lo suficiente.

Conclusión: la aparición y el desarrollo de la tecnomatemática ha tenido una componente financiera y económica importante, a la que la filosofía de la matemática no ha prestado atención, preocupada únicamente por las teorías y los métodos. Valga el CERN como otro gran ejemplo de las actuales tecnomatemáticas y tecnociencias. Su coste económico es enorme, pero los avances científicos que genera también lo son.

Lo notable es que Leibniz, al igual que Babbage, Turing y von Neumann, se involucró personalmente en la construcción del artefacto, y no solo en su diseño. Finalmente logró que fuese operativo, tras varios intentos previos, aunque no consiguió llegar a resolver raíces cuadradas, como intentó, sino solo las cuatro operaciones aritméticas básicas. Ejecutar mecánicamente algunas operaciones matemáticas fue su idea. Babbage, Turing y von Neumann ampliaron el proyecto leibniziano, puesto que plantearon la construcción de máquinas matemáticas de propósito general. Pero von Neumann dio un paso conceptual decisivo, puesto que introdujo una nueva componente en la máquina, a saber: un conjunto de dispositivos para procesar ordenadamente las diversas operaciones que una computadora lleva a cabo para resolver un problema. La distinción entre computadora y ordenador, por tanto, es pertinente. Un ordenador da órdenes a la computadora, gracias a subsistemas específicos de programación, que Ada Lovelace supo atisbar cuando reflexionó a fondo sobre la *máquina analítica* de Babbage. La informática y las tecnomatemáticas van más allá que las *Computing Sciences*.

Dejo de lado el hecho de que Leibniz, además de ser lógico, matemático, físico, ingeniero e inventor, también hizo *filosofía de las matemáticas avant la lettre*, gracias a sus proyectos de la *Mathesis Generalis* y la *Characteristica Universalis*, a los que dedicó atención y tiempo durante toda su vida¹³.

¹³ Ver G.W. LEIBNIZ, *Mathesis Universalis*, ed. Daniel Rabouin, París, Vrin, 2018.

3. VON NEUMANN, EL PROYECTO ENIAC Y LA SECUENCIA DE GRANDES ORDENADORES.

La obra de von Neumann ha sido estudiada a fondo por William Aspray¹⁴, quien ha analizado al detalle el proyecto ENIAC y la creación en Princeton del *Institute of Advanced Studies*, donde von Neumann intercambió ideas con científicos y lógicos muy relevantes, como Albert Einstein, Kurt Gödel, Oscar Veblen y muchos otros. Como señala Aspray, su prestigio e influencia aumentaron gracias a su activa participación en el proyecto ENIAC, en cuyo equipo se integró en 1943. Los personajes principales de dicho proyecto, además de von Neumann, fueron J. P. Eckert, el ingeniero jefe, John Mauchly, un consultor que sugirió a H. H. Goldstine (*Ordnance Department*) la idea de construir una gran máquina de computación que elaborase tablas balísticas y artilleras sin errores, el matemático Arthur W. Burks, que ayudó a von Neumann, y el ya mencionado Goldstine, que fue el responsable militar de aquel proyecto, clasificado como secreto. Los problemas técnicos e ingenieriles a resolver fueron muchos, puesto que el ENIAC usaba 17.648 tubos de vacío, 70.000 resistencias, 10.000 capacidades, 1.500 relés y 6.000 conmutadores manuales. Por tanto, era una máquina muy grande y muy compleja, cuyo diseño, funcionamiento y mantenimiento requería múltiples habilidades técnicas, aparte de una importante financiación, que se cifró en 500.000 dólares de la época: una fortuna. Consumía grandes cantidades de electricidad y emitía mucho calor, por lo que tenía que ser refrigerado continuamente. Tras la incorporación de von Neumann al equipo, el diseño del aparato mejoró mucho, así como su automatismo. Sin embargo, conviene resaltar que von Neumann no sólo se ocupó del diseño lógico y estructural: también resolvió muchos problemas físico-matemáticos y técnicos sobre la marcha. No fue un científico teórico, sino que estuvo a pie de obra. En dos años adquirió un liderazgo incuestionable.

Las ideas filosóficas de John von Neumann no han sido investigadas a fondo. Meyer ha señalado recientemente que von Neumann se distanció netamente del positivismo de Carnap y criticó su noción puramente lógica de la computación. Al final de su vida afirmó una concepción naturalizada, según la cual los procesos de cálculo siempre tienen una componente física, aunque también tengan una estructura lógica precisa¹⁵. Su primera gran aportación a la teoría de la computación consistió precisamente en analizar qué estructura es preciso aportar a una computadora electrónica para que funcione eficientemente y resuelva problemas no lineales con prontitud. Dirigiéndose al almirante Bowen, responsable de la *Navy Office of Research and Inventions*, von

¹⁴ Ver W. ASPRAY, *John von Neumann and The Origins of Modern Computing*, Cambridge, Mass. And London, The MIT Press, 1990.

¹⁵ Ver Steve MEYER, "John von Neumann's 1950s Change to Philosopher of Computation", 25 de Agosto de 2020, disponible en <https://arxiv.org/pdf/2009.14022>.

Neumann dejó claro que los ordenadores, ante todo, debían servir para la investigación científica:

El rendimiento del ordenador tiene que ser juzgado por las contribuciones que pueda hacer para resolver problemas de nuevo tipo y para desarrollar nuevos métodos. En otras palabras, es un instrumento científico, que ha de ser usado en la investigación y en el trabajo experimental, no para los trabajos productivos¹⁶.

Nótese el acento lakatosiano de estas afirmaciones (problemas de nuevo tipo, nuevos métodos), pero sin olvidar que vinculaba las matemáticas a la sociedad. Aceptaba plenamente que otros aparatos con *arquitectura von Neumann* sirviesen para abordar desafíos militares, económicos y sociales. Todo ello caracteriza bien el origen de las tecnomatemáticas en los años 40. En esa misma carta a Bowen también dejó clara la prioridad de la ciencia: “la política a seguir debería ser más bien la de tener construidos más ordenadores de este nuevo tipo que pertenezcan, por ejemplo, a la Marina, y hacer en ellos la computación rutinaria. El ordenador del Instituto debería estar reservado para un trabajo de desarrollo y exploración”¹⁷.

Von Neumann consiguió que en Princeton se construyera un ENIAC modificado: el EDVAC. Contó con el apoyo de un socio nuevo, Aydelotte, entonces director del Instituto de Estudios Avanzados. Pero también impulsó la construcción de “sus ordenadores” para otros propósitos y en otros países¹⁸. Así surgió la *serie de ordenadores von Neumann*, tanto en los EEUU como en Inglaterra. En una carta a M.H.A. Newman, el matemático de Manchester que había dirigido los proyectos *Colossus* y *Manchester Mark I*, von Neumann formuló unas propuestas de gran interés filosófico:

Proponemos usarlo como una *herramienta de exploración científica*, es decir, con el fin de averiguar qué hacer con un artefacto así. Estoy convencido de que los métodos de las *matemáticas aproximativas* tendrán que ser modificados muy radicalmente para usar un artefacto así con sensatez y efectividad, así como para estar en situación de poder usar otros artefactos todavía más rápidos. Al respecto, pienso que el problema es en parte lógico y en parte analítico, puesto que el mayor obstáculo puede consistir en encontrar

¹⁶ Carta del 26 de enero de 1996, en *Von Neumann Papers*, Washington, Library of Congress.

¹⁷ *Ibid.*

¹⁸ William Aspray ha estudiado la difusión de los ordenadores con arquitectura von Neumann durante el período 1945-55 y ha constatado que EE. UU. (unos 80) y el Reino Unido (unos 25) fueron los países que más asumieron el nuevo gran instrumento matemático, el cual llegó a 15 países en ese periodo, entre ellos casi todos los países europeos (Alemania, Bélgica, Dinamarca, Francia, Italia, Noruega, Países Bajos, Suecia y Suiza, no así España, ni Portugal), así como la Unión Soviética. Israel y Japón. Ver W. ASPRAY, “International Diffusion of Computer Technology, 1945-1955, en *Annals of the History of Computing*, 8/4 (October 1986) 351-360).

métodos de aproximación apropiados y en hallar y codificar los dispositivos propios de la máquina. Queremos hacer bastante trabajo matemático y lógico paralelamente al desarrollo de ingeniería, y mucho más con la máquina como *herramienta experimental* cuando ésta esté preparada¹⁹.

Me parece importante subrayar esa condición ingenieril de *herramienta experimental* que von Neumann atribuyó a los ordenadores en los años 40 del pasado siglo, una vez ganada la Guerra Mundial por los EEUU. Era muy consciente de que las matemáticas entraban en una nueva fase de su historia y por eso se encargó de difundir internacionalmente la innovación disruptiva que se había producido. Las computadoras no sólo cambiarían dicha praxis, como efectivamente ocurrió, sino que, según él, generarían una matemática experimental. Esta es, a mi modo de ver, la principal aportación filosófica y metodológica de von Neumann. La hizo nadando a contracorriente, porque la filosofía recibida de la ciencia (*received view*) las consideraba entonces como una ciencia formal, y más concretamente, como una rama de la lógica. Von Neumann negó ese reduccionismo logicista en filosofía de las matemáticas y acabó distanciándose del programa de Hilbert, pese a que lo había asumido plenamente durante su juventud. Al afirmar que las recién creadas computadoras electrónicas transformarían las ciencias, por su función heurística a la hora de abordar problemas de todo tipo, estaba diciendo que las matemáticas entraban en una nueva fase de su larga y compleja historia. Se disponía de nuevas técnicas y nuevos instrumentos: era altamente previsible que se transformasen radicalmente.

Cabría decir más cosas sobre la filosofía matemática de Von Neumann, tanto explícita como implícita, pero en este artículo me limitaré a subrayar otra gran aportación suya, cuyas consecuencias tecnológicas, económicas y sociales han sido enormes en la segunda mitad del siglo XX, y todavía más en este primer cuarto del siglo XXI: la creación de dos tipos de memoria en los ordenadores, una duradera y otra efímera.

4. ORDENADORES Y MEMORIAS.

La idea de una computadora universal, apta para afrontar computacionalmente diversos tipos de problemas, está en Leibniz, Babbage y Turing, pero fue von Neumann quien la llevó a cabo, sobre todo a partir del EDVAC, que fue plenamente digital y automatizado. Su arquitectura distinguió inicialmente cinco componentes: un almacén (también llamado *memoria*), una unidad aritmética (dispositivo que realiza operaciones aritméticas), una unidad de control (que ordena la secuencia de operaciones y elimina errores), una

¹⁹ Carta de von Neumann a Newman, 19 de marzo de 1946, en *Von Neumann Papers*. Washington: Library of Congress.

entrada y una salida. Por la entrada se suministran números, y en general datos, pero también instrucciones; la salida aporta los resultados de los cálculos y puede estar conectada a una impresora o a otra máquina, que toma esos resultados como *input* para efectuar nuevas operaciones automatizadas. Este último detalle es importante, porque atañe a la *recursividad* de las operaciones, cuestión básica en informática y en tecnomatemáticas: ambas dependen de la teoría de funciones recursivas, con sus diversos niveles de complejidad computacional. Esa recursividad de los ordenadores permite inter-comunicarlos, y en general comunicar máquinas entre sí. Aunque no voy a ocuparme de ella, la teoría matemática de la comunicación, obra de Claude E. Shannon (1948), fue clave para la existencia de Internet y de las redes telemáticas cuarenta años después. La tesis central de Shannon fue que todo proceso comunicacional es, en último término, digitalizable, y que las diversas fuentes y canales de comunicación tienen una determinada capacidad de transmitir información digital, siendo esa capacidad medible en bits por segundo, gracias a la noción de entropía y a la maximización de las funciones entrópicas²⁰. Habiendo una comunicación persona/máquina y luego una comunicación entre máquinas, la posibilidad de automatizar múltiples relaciones interpersonales quedaba abierta. La tecnomatemática, por tanto, no solo cambiaría la ciencia: también las sociedades. A mediados del siglo XX eso parecía utópico. Hoy en día es una realidad efectiva, gracias a Internet y los demás tipos de redes (militares, financieras, científicas, policiales y sociales).

A finales de los años 90 las tecnologías de la información y la comunicación se convirtieron en el modo de referirse a la revolución digital. Esa insistencia en la transformación social generada por las tele-comunicaciones digitalizadas, siendo importantísima, ha oscurecido una aportación previa, que no fue de Shannon, sino de von Neumann y sus continuadores, a saber: la *digitalización de la memoria*, la cual también fue posible gracias a los ordenadores electrónicos. El desarrollo actual de las tecnologías de grandes datos (*Big Data*) y de la inteligencia artificial, que ha robotizado las telecomunicaciones y el procesamiento de datos, ha devuelto a la cultura tecnocientífica una dimensión indispensable: la memoria digitalizada es muy importante, no sólo la información y las comunicaciones. Para subrayar esta dimensión mnemónica y no solo comunicacional, prestaré aquí particular atención a la primera gran componente de la *arquitectura von Neumann*, el almacén o memoria, que él se propuso automatizar también, conjuntamente con los cálculos y otras operaciones matemáticas. Los actuales *Big Data Centers*, básicos para la actual transformación digital, provienen de esa propuesta "tecno-mnemónica", por así decirlo.

²⁰ Ver Claude E. SHANNON y Warren WEAVER, *The Mathematical Theory of Communication*, Urbana, University of Illinois Press, 1949.

Al respecto, la obra clave de von Neumann quedó inédita, pero fue editada tras su muerte por un estrecho colaborador suyo, Arthur W. Burks²¹, quien subrayó la función heurística de los ordenadores modelo von Neumann:

La esencia de este procedimiento es que las soluciones informáticas no se buscan por sí mismas, sino como ayuda para descubrir conceptos útiles, principios generales y teorías generales. Por lo tanto, es apropiado referirse a esto como el uso heurístico de los ordenadores. El uso heurístico de los ordenadores es similar y puede combinarse con el método tradicional hipotético-deductivo-experimental de la ciencia. En este método, se formula una hipótesis sobre la base de la información disponible, se deducen consecuencias de la misma por medio de las matemáticas, se prueban las consecuencias experimentalmente y se formula una nueva hipótesis a partir de los resultados; esta secuencia se repite indefinidamente. Cuando se utiliza un ordenador con fines heurísticos, se procede del mismo modo, pero la informática sustituye o aumenta la experimentación²².

Otro tanto hacen los ordenadores cuando son aplicados a las ciencias sociales: exploran nuevas relaciones y nuevos grupos sociales, de modo que sea predecible lo que una persona hará en una determinada situación, en base a los datos que los ordenadores han memorizado sobre dicha persona o grupo de personas. Las computadoras han generado una matemática social precisa y experimental: unas tecnociencias sociales.

5. TECNOMATEMÁTICAS Y EXPERIMENTACIÓN: EL EJEMPLO DE MATHEMATICA.

Frente al axiomatismo lógico-conjuntista que predominó en la escuela francesa de Bourbaki y la filosofía lógico-formalista de la concepción heredada (*received view*), la aparición de las *Computing Sciences* ha generado encendidos debates filosóficos sobre el papel de la informática en la investigación matemática y científica²³. Las tecnomatemáticas propiamente dichas surgie-

²¹ Ver John VON NEUMANN, *Theory of Self-Reproducing Automata*, ed. Arthur W. Burks, Urbana, University of Illinois Press, 1966.

²² "It is of the essence of this procedure that computer solutions are not sought for their own sake, but as an aid to discovering useful concepts, broad principles, and general theories. It is thus appropriate to refer to this as the *heuristic use of computers*. The heuristic use of computers is similar to and may be combined with the traditional hypothetical-deductive-experimental method of science. In that method one makes a hypothesis on the basis of the available information, derives consequences from it by means of mathematics, tests the consequences experimentally, and forms a new hypothesis on the basis of the findings; this sequence is iterated indefinitely. In using a computer heuristically, one proceeds in the same way, with computation replacing or augmenting experimentation". *Ibid.*, p. 3.

²³ Ver el libro editado por Michael DETLEFSEN, *Proof and Knowledge in Mathematics*, London, Routledge, 1992, así como el artículo de J. DE LORENZO, "El ordenador y la demostración matemática", en J. ECHEVERRÍA, J. DE LORENZO Y L. PEÑA (eds.), *Calculemos. Matemáticas y Libertad*, Madrid, Trotta, 1996, pp. 187-201.

ron a partir de los años 80 del pasado siglo, cuando una reforma de la ley de Patentes en EEUU permitió inscribir los programas de *software* matemático en el registro de la propiedad industrial, buena parte de los cuales eran algoritmos desarrollados tecnológicamente. Esta segunda fase de la revolución tecnocientífica del siglo XX, que permitió patentar diversos tecno-algoritmos, no se centró en el diseño y construcción de grandes equipamientos de computación, como en la época de las *Big Mathematics*, sino que incidió en un ámbito más pequeño, pero no menos importante, cuya existencia había sido subrayada por von Neumann y otros autores: los lenguajes de programación, implementación y procesamiento de los algoritmos. Muchos algoritmos, una vez ampliados y desarrollados como programas de *software*, pudieron ser inscritos y gestionados como propiedad industrial. En ese mismo momento se convirtieron en *tecno-algoritmos*, es decir, en algoritmos programados y patentados que había que comercializar y rentabilizar, de manera similar a como IBM, UNIVAC y CRAY habían vendido sus grandes equipamientos de *hardware* por todo el mundo. Esta “pequeña matemática”, la de los algoritmos convertidos en *software*, permitió obtener importantes beneficios económicos a muchas empresas nuevas, y en particular a Apple y Microsoft, que lanzaron los ordenadores personales, bien dotados de *software* propietario que se vendía o se alquilaba mediante licencias de uso. Se amplió así el número de posibles usuarios de los ordenadores y para ello hubo que crear nuevos tecno-lenguajes: no ya de programación, ni el lenguaje-máquina de la década del ENIAC, sino procesadores de textos, imágenes y sonidos, así como formatos de configuración de pantallas: las célebres carpetas y ventanas de Windows, las cuales son tecno-carpetas. El nuevo modo tecnológico de hacer matemáticas comenzó a difundirse socialmente y generó negocios importantes, que caracterizan la época en que apareció la tecnomatemática de gestión privada (años 80 y 90 del siglo pasado). Todos esos artefactos personales tenían sus propias memorias (discos duros), así como los restantes sistemas de cálculo, procesamiento, control, entrada y salida, conforme a la arquitectura von Neumann.

Se había descubierto algo nuevo: las *computing sciences* podían ser un gran negocio. Una vez descubierta esa dimensión económica, la inversión financiera privada llegó abundantemente al *software* matemático, y no solo al *hardware*. A partir de 1980, el desarrollo de las tecnomatemáticas ha sido estrictamente industrial, muy ajeno a los debates académicos sobre las teorías y la deducción o inducción matemática. La diferencia entre matemáticas y tecnomatemáticas, por tanto, no se cifra únicamente en los instrumentos (electrónicos o no, digitales o no) que se usan para hacer matemáticas, sino sobre todo en esa nueva dimensión social y económica que adquirió el hacer matemático. Esa componente fue creciendo y se hizo cada vez más relevante, sin olvidar que las aplicaciones militares y financieras de las *computing sciences* siguieron existiendo.

Dicho de otra manera: las *Big Mathematics* de los años 50 comercializaron grandes máquinas (el *hardware*: piénsese en la contienda entre IBM y Univac por la fabricación, distribución y venta de grandes ordenadores electrónicos), pero a partir de los años 80 la competencia tecnológica se centró en otros dispositivos tecnomatemáticos, más pequeños y de condición semiótica:

1) el tecnolenguaje TEX y sus diversas variantes, que transformó el modo de escribir, formular y publicar en matemáticas²⁴; gracias a la *American Mathematical Society* siguió siendo un bien común, de dominio público, sin perjuicio de que surgiesen otros modos de escribir ecuaciones y dibujar figuras que fueron patentados por empresas privadas: tal fue el caso de MATHEMATICA, que tiene su propio lenguaje base, muy distinto a TEX;

2) la comercialización de diversos paquetes de *software* matemático que son ampliamente utilizados para llevar a cabo todo tipo de operaciones: *Macsyma*, *Maple*, *Derive*, *Mathematica*, etc.; esos paquetes permiten abordar y resolver muy diversos problemas de todas las ramas de la matemática, y también de otras ciencias;

y 3) la aparición de algunos programas que posibilitaban la demostración automatizada de teoremas, cuestión que suscitó grandes debates entre los filósofos de las matemáticas a finales del siglo XX²⁵.

A mi modo de ver, una filosofía de las matemáticas que tenga en cuenta la práctica de los matemáticos y las componentes técnicas de dicha praxis ha de analizar los grandes cambios que desde los años 80 se produjeron en los cuatro ámbitos anteriormente mencionados. Puede seguir existiendo una metateoría de las estructuras matemáticas y de los sistemas formales, sea logicista, formalista o intuicionista; pero el desafío filosófico viene de la praxis matemática y sus transformaciones, no del cambio de teorías. Hoy en día, muchas conjeturas matemáticas tienen un origen computacional.

Pues bien, a partir de los años 80 surgieron varios paquetes de *software* matemático que han tenido gran difusión, hasta el punto de transformar la escritura y los modos de hacer matemáticas, no solo la computación. En lo que sigue me centraré exclusivamente en el paquete MATHEMATICA, que fue presentado en 1988 en la *University of Urbana-Champaign at Illinois*, y que se ha consolidado como un ejemplo canónico del modo de hacer tecnomatemáticas mediante *software* patentado, puesto que ha sido adoptado por millones de usuarios de todo el mundo. Cabría analizar otros paquetes equivalentes,

²⁴ Dicho lenguaje fue creado por Donald Knuth en 1979 y posteriormente fue adoptado por la *American Mathematical Society* como la tipografía *standard* para los escritos matemáticos. Ver D. E. KNUTH, *The TEX Book*, Reading, Addison-Wesley, 1984. Algunas versiones muy usadas son LATEX, AMS-TEX, LAMSTEX, etc.

²⁵ Ver R.F. CHURCHHOUSE Y J.C. HERZ (eds.), *Computers in Mathematical Research*, Amsterdam, North Holland, 1986.

en particular los de *software* libre (los lenguajes R, Python, etc.), pero MATHEMATICA fue impulsada por una empresa privada con el fin de obtener beneficios y ser rentable gracias a las tecnologías matemáticas. Estas habían sido un instrumento para elaborar teorías y resolver problemas, pero en esta segunda fase de las tecnociencias, a partir de 1980, se convirtieron en un fin por sí mismas, puesto que generaban negocio. La aparición de la tecnociencia, en su sentido riguroso, está vinculada estructuralmente a la privatización y explotación empresarial del conocimiento científico, una vez generado y patentado²⁶. Pues bien, esto es lo que ocurrió en la práctica matemática y social: un cambio disruptivo, que afectó a las teorías, pero mucho más a las prácticas.

Selecciono este paquete de *software* matemático como tema de estudio por otro motivo: su propio creador y CEO de la empresa MATHEMATICA, Stephen Wolfram, publicó en 2002 un libro singular, *A New Kind of Science*, donde teorizó el tránsito desde las matemáticas y las ciencias modernas a un “nuevo tipo de ciencia en el siglo XXI”²⁷, a la que por mi parte denominé tecnociencia.

Wolfram nació en 1960 y a los 12 años tuvo sus primeras grandes intuiciones computacionales, que en su caso surgieron de la física de partículas elementales y de la teoría de autómatas, a la que hizo aportaciones importantes. Estudió en el *Institute of Advanced Studies* de Princeton, donde tuvo oportunidad de conocer de primera mano la obra de von Neumann. En los años 80 se interesó por la lógica. Según él mismo ha relatado en su libro:

el autómata celular que he estudiado y que a menudo he caracterizado como basado en la lógica tradicional es, de hecho, en muchos aspectos muy limitado en comparación con toda la gama de reglas basadas en programas simples que de hecho considero en este libro: reglas, más que matemáticas tradicionales²⁸.

La búsqueda de algoritmos muy sencillos para construir programas informáticos aplicables a las diversas ciencias ha sido la clave de la obra wolframiana, con la peculiaridad de que esa metodología lógico-matemática, y también simbólica, ha sido ante todo experimental. Con *Mathematica* no se pretende demostrar teoremas, sino ante todo experimentar e innovar, así como generar nuevos objetos matemáticos y nuevas representaciones de los objetos científicos. Por tanto, Wolfram es un buen continuador del ideal heurístico y experimentador promovido por Polya y von Neumann. En ese libro

²⁶ Cf. J. ECHEVERRÍA, *La revolución tecnocientífica*.

²⁷ Steve WOLFRAM, *A New Kind of Science*, Urbana-Champaign, Ill., Wolfram Media Inc., 2002

²⁸ “the cellular automata that I studied I often characterized as being based on traditional logic is in fact in many ways very narrow compared to the whole range of rules based on simple programs that I actually consider in this book: rules, rather than traditional mathematical ones”. *Ibid.*, pp. 860-861.

se distanció claramente del reduccionismo lógico de buena parte de la filosofía matemática del siglo XX, y también del predominio del lenguaje algebraico en las matemáticas modernas:

mi objetivo era desarrollar un nuevo “paradigma computacional” que describiera las cosas no en términos de ecuaciones matemáticas, sino de reglas o programas computacionales²⁹.

La nueva matemática de Wolfram surge de las reglas algorítmicas y de los programas de *software*. Es notable que el lenguaje que posteriormente dio base al paquete completo, *Wolfram Language*, debería ser inteligible para cualquier persona capaz de usar *Mathematica*, como su autor subrayó desde el principio de su libro³⁰. Frente a la especialización académica de la ciencia y la matemática moderna, Wolfram construyó un sofisticado instrumento computacional, pero de muy fácil acceso e intelección, con la finalidad de que cualquier persona pudiese hacer matemáticas por su propia cuenta (y él obtener beneficios vendiendo o alquilando su software, claro está). El paquete *Mathematica* proporciona un amplísimo repertorio de funciones simbólicas, todas ellas iterables y componibles, que provienen de diversas ciencias, incluidas la lógica, las matemáticas, la física y la biología. Adicionalmente, cada usuario de *Mathematica* puede construir, añadir, archivar y en su caso compartir sus propias funciones simbólicas. En cierta medida, el paquete informático *MATHEMATICA* se construye participativamente, aunque la “Nube” donde se almacenan todas esas funciones desde la versión 6.0 (2009) sea propiedad de la empresa *Mathematica Research*, y haya que pagar por acceder a ella. En conjunto, *MATHEMATICA* aporta un nuevo modo de hacer ciencia, en el que los usuarios de dicho *software* tienen un papel muy activo, puesto que hacen experimentos al usarlo y, en algunos casos, generan nuevos objetos en sus pantallas, que pueden tener luego interés científico o artístico. El modelo de negocio consiste en que, al estar conectados los usuarios con la gerencia de la empresa, lo que pudieran crear deviene un nuevo producto de *Mathematica*, previo acuerdo para patentar el nuevo objeto o producto. El paquete de *software*, al funcionar, memoriza y archiva los resultados que pudieran obtenerse en los experimentos computacionales realizados por los usuarios. En suma: desde 2009 el negocio está, ante todo, en la “Nube” digital de *Mathematica*, donde quedan registrados los resultados de todos esos experimentos y donde

²⁹ “My goal was to develop a new ‘computational paradigm’ that would describe things not in terms of mathematical equations but instead in terms of computational rules or programs. S. WOLFRAM, “Twenty years later”, artículo conmemorativo del vigésimo aniversario de la publicación de *A New Kind of Science*, disponible en <https://writings.stephenwolfram.com/2022/05/twenty-years-later-the-surprising-greater-implications-of-a-new-kind-of-science/>.

³⁰ S. WOLFRAM, *A New Kind of Science*, Preface, p. XI.

puede accederse al tecnolenguaje básico y a las diversas funciones que el paquete de software proporciona a quien lo utilice.

Conviene subrayar que hay otros modelos de hacer matemática computacional hoy en día, que no son gestionados por ninguna empresa, sino por comunidades que comparten licencias *Creative Commons* y promueven *software* no propietario. Dichas comunidades comparten herramientas y conocimientos, y también resuelven problemas. En suma: a principios del siglo XXI han surgido varios tecnolenguajes matemáticos muy potentes. Pero *Mathematica* tiene la singularidad de que, estando gestionado por una empresa tecnomatemática que genera notables beneficios económicos y gestiona patentes industriales, ha aportado, además, una obra teórica, *A New Kind of Science*, en la que se propugna decididamente un nuevo tipo de ciencia, computacional, experimental, e incluso participativa. Por todo ello pienso que *Wolfram Research* presentó a finales del siglo XX un producto industrial y computacional que tiene un gran interés para la filosofía de la práctica científica. Funciona bien, es rentable y, además, está basado en una *filosofía computacional de las matemáticas*, que el propio CEO de la empresa ha expresado en un libro de más de mil páginas. A mi juicio, una innovación matemática tan notable merece atención por parte de los filósofos de la matemática, siempre que se animen a reflexionar sobre las tecnomatemáticas.

En el *Prefacio* a su libro, Wolfram hizo otras afirmaciones que merece la pena resaltar:

En cierto modo, me resultaría más fácil presentar lo que he hecho con algún tipo de formalismo técnico nuevo. Pero en lugar de eso, he optado por esforzarme en llevar las cosas a un punto en el que sean lo suficientemente claras como para que puedan explicarse completamente con un lenguaje ordinario e imágenes...³¹.

Como puede verse, se opuso claramente a la ciencia académica y propugró una matemática “tecno-popular”, por así decirlo, a la que cualquier usuario de su *software* podría hacer aportaciones creativas. También afirmó que los instrumentos y las técnicas son la fuente principal de las transformaciones de las ciencias en la historia: “En la historia de la ciencia, es bastante habitual que sean las nuevas tecnologías las que, en última instancia, hacen que se desarrollen nuevas áreas de la ciencia básica”³².

³¹ “In some ways it might be easier for me to present what I have done in some kind of new technical formalism. But instead, I have chosen to spend the effort to take things to the point where they are clear enough to be explained quite fully just in ordinary language and pictures”. *Ibid.*, p. X.

³² “In the history of science, it is fairly common that new technologies are ultimately what make new areas of basic science develop”. *Ibid.*, p. 42.

Esta tesis es filosóficamente discutible, sin duda. Pero el propósito de este artículo consiste en mostrar las principales diferencias entre las matemáticas tradicionales y las actuales, sin enjuiciar estas últimas. Al respecto, *Mathematica* aporta un caso de estudio muy ilustrativo.

Wolfram se ha ocupado asimismo de otros grandes problemas, como la complejidad:

Decidí que, en lugar de partir de modelos realistas, lo haría de modelos que fueran lo más sencillos posible –y fáciles de instalar como programas en un ordenador³³ [...] Según mi experiencia, la mejor manera de descubrir nuevos fenómenos en un experimento computacional es diseñar el experimento de la forma más sencilla y directa posible³⁴.

Esta convicción es muy fuerte en él: lo complejo surge por iteración continuada de algoritmos sencillos y precisos, formulables muy concisamente. Lo notable es que este tipo de matemática es experimental, no demostrativa. Puede refutar hipótesis mediante contraejemplos, pero difícilmente prueba de manera fehaciente. *Mathematica* tiene utilidad para la investigación matemática, sin duda. Pero al usar ese paquete de software se generan datos, nuevos datos. Llegamos con ello a otro problema: la incidencia social de las tecnomatemáticas.

6. TECNOMATEMÁTICAS Y SOCIEDAD: LAS TECNOPERSONAS COMO EJEMPLO.

La noción de tecnopersona puede ser considerada fenomenológicamente, percibiendo las imágenes y voces de las personas tal y como aparecen en las pantallas³⁵, pero desde una perspectiva computacional y tecnomatemática alude a los sistemas de datos relacionados con una persona determinada, por ejemplo: sus textos, imágenes, sonidos, videos e intervenciones en redes sociales. De manera muy sucinta, las tecnopersonas pueden ser definidas como *personas conectadas a centros de datos que generan sistemas de tecnodatos (informatizados y digitalizados)*. Dada la arquitectura von Neumann, que básicamente se mantiene en los actuales dispositivos, al menos en lo que atañe a sus memorias electrónicas (RAM y ROM), lo que hacen las personas con sus ordenadores, sus móviles, sus tarjetas bancarias y con otros muchos dispositivos

³³ "I decided that rather than starting from realistic models, I would instead start from models that were somehow as simple as possible -and were easy to set up as programs on a computer". *Ibid.*, p. 19.

³⁴ "In my experience, the way to have the best chance of discovering new phenomena in a computer experiment is to make the design of the experiment as simple and direct as possible". *Ibid.*, p. 111.

³⁵ Ver Javier ECHEVERRÍA y Lola S. ALMENDROS, *Tecnopersonas: cómo nos transforman las tecnologías*, Gijón, Trea, 2020.

electrónicos de uso cotidiano, queda automáticamente registrado y guardado en los centros de datos, bien sea como memoria transitoria o como datos duraderos. Hay, por tanto, tecnopersonas efímeras y duraderas, pero esa condición no es orgánica ni vital, sino tecnológica, en función de cómo esos datos generados por las personas son almacenados y procesados en repositorios y “nubes”. Es importante señalar que esas “nubes” son propiedad y están gestionadas por organizaciones, las cuales mantienen repositorios-espejos en red, interconectando sus centros de datos. Esto implica que *las tecnopersonas, siendo sistemas de datos, son informacionalmente ubicuas*. Dicho de otra manera: una misma persona suele generar múltiples tecnopersonas, en función de las diversas conexiones que contrate y de lo que haga en las distintas plataformas electrónicas en las que intervenga *online*, o en las que sea incluido sin percibirse de ellos (sistemas de vigilancia en las calles, en los edificios y en las redes). No me refiero sólo a Internet, sino también a las redes financieras, militares y policiales, así como a otras redes estatales y privadas, como las que incluyen los datos sanitarios de las personas, tan importantes para las compañías de seguros.

Los organismos y las personas, sean físicas o jurídicas, siguen existiendo. Lo tecno- se superpone a los cuerpos y a las personas jurídicas. Cada vez que alguien hace algo en un dispositivo electrónico y digital conectado a algún centro de datos, la huella digital de esa acción queda archivada en la presunta “nube”, sea dicho rastro genético, fisiognómico, doméstico, bancario, lúdico, artístico o laboral. Una vez “repositadas”, los datos de las múltiples tecnopersonas pueden ser procesados por los gestores de las “nubes” y webs de múltiples maneras. Esos tecnodatos pasan a ser propiedad de las organizaciones gestoras de datos, previa aceptación forzada por parte de sus usuarios.

Las consecuencias sociales y económicas son enormes: se ha creado una especie de “tecnosociedad”, en la que constan qué relaciones e interacciones ha habido entre las personas, así como entre los organismos, una vez digitalizados. No se trata ya de escribir una metafísica de las costumbres, *pace* Kant: los comportamientos y las acciones cotidianamente repetidas (costumbres) quedan catalogados y archivados en forma de datos, lo cual permite estudiar automáticamente esa inmensa cantidad de datos, a los que por mi parte denomino *tecno-costumbres*. Quien gestiona esos tecnodatos puede investigar a fondo a personas concretas, dando lugar a lo que Shoshana Zuboff ha denominado capitalismo de la vigilancia³⁶, pero también puede agrupar esos datos según diferentes criterios, por ejemplo sus aficiones o preferencias políticas, que se manifiestan en sus búsquedas informacionales, estructurando las sociedades en base a esos tecnodatos y generando *grupos y clases sociales artifi-*

³⁶ S. ZUBOFF, *Surveillance Capitalism*, Cambridge, Mass., The MIT Press, 2018.

ciales, que no se perciben en las ciudades ni en los comportamientos sociales, pero sí a través de los datos almacenados, que pueden ser analizados a fondo por robots (Block Chain, por ejemplo) capaces de descubrir nuevos patrones sociales y personales, así como costumbres y preferencias no aperceptibles a simple vista.

Ampliando lo dicho en el epígrafe anterior: es posible experimentar con las tecnopersonas, sean estas individuales y colectivas, al ser entidades tecnomatemáticas. Importa subrayar que dichas tecnopersonas, si proceden de organismos, pueden estar vivas o muertas: hay que distinguir entre cuerpos y tecnocuerpos, pero también entre cadáveres y tecnocadáveres. Así mismo es preciso subrayar que hay muchísimas tecnopersonas que no han tenido un soporte orgánico previo: los personajes históricos y de ficción, por ejemplo, las películas cinematográficas y los videojuegos, así como las diversas obras de arte, generan tecnopersonas, en la medida en que fenoméricamente aparecen imágenes cuasi-humanas en las pantallas digitales y electrónicas. Otro tanto cabe decir de los animales y las plantas, los cuales generan tecno-animales y tecnoplantas con solo ser filmados con teleobjetivos, u observados con microscopios electrónicos, siempre en la medida en que esas imágenes sean digitalizadas, procesadas informáticamente y almacenadas en centros de tecnodatos. Última advertencia: lo anterior vale asimismo para los objetos y las cosas. Por mi parte, distingo entre cosas y tecno-cosas, lo cual tiene importantes consecuencias filosóficas, de las cuales no voy a ocuparme aquí. Me limito a afirmar, para concluir, que la revolución tecnocientífica y sus tecnomatemáticas han transformado las propias categorías de objeto y de cosa, hasta el punto de que habrá que hacer una *tecno-ontología*. Retomando el tema de este artículo: no es lo mismo una ontología de las matemáticas que una de las tecnomatemáticas. Los tecno-objetos matemáticos, como los fractales, tienen un estatus singular, sobre el cual hay que reflexionar filosóficamente.

Los centros de datos aportan una ubicación para todas esas tecno-entidades, las cuales tienen un soporte electrónico, no sólo simbólico y matemático. Esta dimensión físico-material de los procesos computacionales, para cuyo desarrollo se requiere *hardware* y energía eléctrica, no sólo *software*, fue claramente señalada por von Neumann. Por eso mismo se fue distanciando del *estilo formalista hilbertiano* en el que se educó en su Alemania natal. Su praxis en EEUU (proyecto ENIAC, Instituto de Estudios Avanzados de Princeton) le llevó a negar los reduccionismos logicistas y formalistas en matemáticas. Su principal aportación como tecnomatemático fue la construcción de grandes ordenadores. Wolfram, en cambio, se centró en el *software*, y por eso su figura ejemplifica bien la segunda época de las tecnomatemáticas, que se inició en 1980, cuando cambió la ley de patentes en EEUU y pudieron comercializarse programas de *software*. El contraste entre el ENIAC y las grandes máquinas de los años 50, por una parte;

los PC con paquetes de software matemático de los años 80, en segundo lugar; y la aparición de los grandes Centros de Datos a principios del siglo XXI, marcan los tres grandes momentos de la evolución de las tecnomatemáticas: desde las *Computing Sciences* a las actuales *Data Sciences*, uno de cuyos ejemplos canónicos son las tecnopersonas y sus tecnocostumbres.

Javier Echeverría
Jakiunde, Academia de Ciencias, Artes y Letras
Prim 7,
20006 San Sebastián
javierecheverria@jakiunde.org