

LA “IRRAZONABLE EFECTIVIDAD DEL HACER MATEMÁTICO”

THE “UNREASONABLE EFFECTIVENESS OF MATHEMATICAL PRACTICE”

Javier de Lorenzo
Universidad de Valladolid

Toda ley física ha de poseer belleza matemática
(Paul Dirac)

Resumen: *La tesis central de este ensayo es que el hacer conceptual, unido al tecnológico, constituye los artefactos que el hombre ha construido para obtener conocimiento y, con él, la consecuente transformación de la physis. En especial, el hacer matemático, que es un hacer conceptual, enfocado como artefacto construido para obtener conocimiento del Sistema del Mundo. Con ello se pretende mostrar que nada hay de irrazonable o misterioso en la efectividad del hacer matemático tanto en las ciencias naturales como en la vida ordinaria.*

Palabras clave: *hacer matemático, efectividad, geometría, ciencias, vida ordinaria.*

Abstract: *The central thesis of this essay is that conceptual and technological activities constitute the artifacts that humans have constructed to obtain knowledge and, with it, the consequent transformation of physis. In particular, mathematical activity, which is a conceptual activity, is focused on as an artifact constructed specifically to obtain knowledge of the System of the World. The aim is to show that there is nothing unreasonable or mysterious about the effectiveness of mathematical practice, both in the natural sciences and in everyday life.*

Keywords: *mathematical practice, effectiveness, geometry, sciences, everyday life.*

Frente a una idea como la pitagórica, para la que todo es número, nos encontramos hoy con la consideración general de que el hacer matemático se muestra muy alejado de la vida ordinaria, como si la matemática viviera en una torre de marfil; incluso más, para algunos se muestra alejada de cualquier papel en las ciencias naturales, como si no fuera un instrumento válido para obtener conocimiento de la realidad.

Es lo admitido desde los primeros años del siglo XX por algunas tendencias en el interior del hacer matemático, tendencias formalistas que se plasmarán en el fenómeno Bourbaki de mediados de ese siglo; también por la de algunos físicos que siguen afirmaciones como las sostenidas por Einstein que, en su conferencia del 27 de enero de 1921 *Geometría y experiencia*, afirmó:

Cuando las proposiciones matemáticas se refieren a la realidad, no son ciertas; cuando son ciertas, no hacen referencia a la realidad¹.

Afirmación que recoge, casi textualmente, una de las boutades que Bertrand Russell pronunció en los primeros años del siglo XX. Expresiones que manifiestan una separación entre el hacer matemático y el hacer científico, el propio del conocimiento de la *physis*. Un pensador como Ortega y Gasset, a su vuelta de Marburgo, llegó a escribir, en uno de sus folletos en *El Sol*, que Einstein había conseguido liberar a la física del yugo de la matemática y ya se podía hacer física sin más, física pura, al igual que Brouwer lo había hecho con la matemática al liberarla del yugo de la lógica... La separación ciencias naturales-matemática es la posición adoptada por los pensadores del Círculo de Viena. Uno de los máximos exponentes de ese Círculo, Rudolf Carnap, escribió en 1969, en *Fundamentación lógica de la Física*:

Los enunciados de la Lógica y la Matemática no nos indican nada acerca del mundo. Podemos estar seguros de que tres más uno son cuatro; pero como esto es válido en todo mundo posible, no nos dice nada acerca del mundo que habitamos².

No hay efectividad del hacer matemático en las ciencias naturales, que son las que nos dan conocimiento de la realidad, conocimiento de la *physis*, pero tampoco en la vida ordinaria, y no es efectivo por considerarlo estrictamente

¹ Albert EINSTEIN, *Mi visión del mundo*, Barcelona, Tusquets, 1991, 8ª ed., pp. 171-172.

² Rudolf CARNAP, *Fundamentación lógica de la Física*, Buenos Aires, Editorial Sudamericana, 1969, p. 23.

formal. De aquí que un ensayo del físico Eugenio Wigner, premio Nobel de Física en 1963, titulado *The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences* (La irrazonable efectividad de la Matemática en las Ciencias Naturales)³, publicado en febrero de 1960, tuviera enorme repercusión, convertido en lugar común entre pensadores y matemáticos.

Eugenio Wigner comienza su ensayo con las palabras:

La enorme efectividad de la matemática en las ciencias naturales es algo que linda con lo misterioso y no hay explicación racional para ello.

Como punto de partida, acepta que el hacer matemático es efectivo pero también que no hay explicación para ello. Si este es el principio, como final del ensayo, Wigner, resignado, escribe

El milagro de la idoneidad del lenguaje de la matemática para la formulación de las leyes físicas es un don maravilloso que ni comprendemos ni merecemos. Deberíamos estar agradecidos por ello y esperar que siga siendo válido en futuras investigaciones y que se extienda para bien o para mal, para nuestro placer, y quizá también para nuestro desconcierto, a amplias ramas del saber.

Al igual que Wigner, su cuñado el físico Paul Dirac, también premio Nobel de Física, da por hecho esa efectividad pero intenta dar una explicación de la misma. En 1963 escribía en *The Evolution of the Physicist's Picture of Nature* (La evolución de la imagen de la naturaleza en la física),

parece ser uno de los rasgos fundamentales de la naturaleza que las leyes físicas fundamentales se describan en términos de una teoría matemática de gran potencia y belleza, necesitando de un nivel bastante alto de matemáticas para poder entenderlas. Usted puede preguntar: ¿por qué la naturaleza está construida de esta forma? Usted solo puede contestar que nuestro conocimiento actual parece demostrar que la naturaleza está construida así. Simplemente tenemos que aceptarlo. Quizás se podría describir la situación diciendo que Dios es un matemático de muy alto nivel, y que utilizó matemática muy avanzada para construir el universo. Nuestros débiles intentos matemáticos nos permiten comprender un poco del universo, y a medida que avancemos en el desarrollo de matemática de cada vez más alto nivel podemos esperar comprender mejor el universo⁴.

³ Cf. Eugene WIGNER, "The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences", en *Communications in Pure and Applied Mathematics* 13, n. 1 (1960), accessible en <https://webhomes.maths.ed.ac.uk/~v1ranick/papers/wigner.pdf>

⁴ Morris KLINE, *Matemáticas en el mundo moderno*, Madrid, Blume, 1974, p. 274.

La repercusión del ensayo de Wigner, superada la etapa ligada al bourbakismo puramente estructuralista a partir de los años setenta, ha llevado a plantear entre los propios matemáticos el papel, el impacto de su trabajo en la vida ordinaria, en las ciencias, en la economía de los Estados... Se han hecho frecuentes los ensayos en torno al "imprevisto impacto de las matemáticas", a "la importancia de las Matemáticas" o al "papel explicativo de la Matemática en la Ciencia Empírica", "la increíble eficacia de las matemáticas". En algunos medios, el problema es el de la "indispensabilidad del hacer matemático". He mencionado el título de solo alguno de estos ensayos publicados recientemente.

En estos ensayos se recalca el papel que el hacer matemático tiene y ha tenido en todo orden de situaciones, aceptando siempre que, en la búsqueda para la solución de muchos problemas del mundo real, se descubre que los instrumentos que se requieren para tal solución habían sido descubiertos por los matemáticos años, décadas o incluso centurias antes. En contraposición, en estos ensayos y de modo reiterativo, se acentúa el hecho de que, para el matemático, en su propio trabajo, la aplicabilidad es lo de menos; lo que más importa –y es algo que acentuó un matemático como Thomas Hardy en 1940 en su *A Mathematician's Apology*– es la elegancia y belleza de su trabajo. Y siempre queda la afirmación de que la predicción del impacto en otras ciencias, en la sociedad, es "extremadamente problemática", aunque ese impacto, de hecho, se da o se dará.

En ellos no se va a remarcar el papel del hacer matemático en las ciencias naturales, sino a rebatir, directamente, la tesis de Wigner.⁵

Me voy a detener en dos puntos de la cuestión sugerida por Wigner:

1. Observar si la efectividad del hacer matemático en las ciencias naturales es un don maravilloso que tiene algo de milagroso, de irrazonable o si se puede dar alguna razón más o menos plausible para ello.
2. Mostrar que esa efectividad nada tiene de irrazonable o misterioso en lo que, aparentemente, es lo más alejado, en la vida ordinaria.

1. Para el primer punto acudo al momento en el que se construyen las ciencias, al momento en el que se construye en particular una teoría como la ciencia Física y, de modo simultáneo, se establece el Mecanicismo como imagen del mundo.

⁵ Así se encuentran ensayos como el de S. FRENCH, "The Reasonable Effectiveness of Mathematics: Partial Structures and the Application of Group Theory to Physics", en *Synthese* 125 (2000) 103-120. O, todavía más, Ivor GRATTAN-GUINNES, "Solving Wigner's Mystery: the Reasonable (Though Perhaps Limited) Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences", en *Mathematical Intelligencer* 3 (2008) 7-17.

En sus momentos iniciales –siglos XVII y XVIII– surge un grupo de amantes del conocimiento de la naturaleza; por amantes del saber son filósofos, y como ese saber lo es de la naturaleza o *physis*, son físicos. Por lo pronto, son religiosos, católicos unos, protestantes otros. Como principio acuden a la afirmación contenida en un libro escrito por Dios, la Biblia, donde en *Sabiduría* 20,11, se afirma Dios “construyó el cosmos conforme a peso, número y medida”. Lo citarán como apoyatura para sus argumentos de modo explícito Pascal, Descartes; Leibniz escribe *Cum Deus calculat et cogitationem exercet fit mundus* (cuando Dios calcula y ejercita el pensamiento, crea el mundo). Por su lado Newton pensaba que el Sistema del Mundo no era más que el *sensorium dei* y dedicaba casi todo su tiempo a la alquimia y a escribir tratados sobre los libros de las Sagradas Escrituras y, en ocasiones, Newton pensaba en el hacer matemático y en lograr el conocimiento del Sistema del Mundo, de lo que considera el *sensorium dei*.

Al aceptar este principio se acepta que el cosmos tiene una estabilidad y un orden radical, consecuencia de una serie de leyes. Dios es constructor y legislador. Desde esta admisión, los filósofos intentarán lograr el conocimiento de la *physis* tratando de conocer las leyes con las cuales ordenó esa *physis* su constructor. Como esas leyes las hizo con el hacer matemático, la consecuencia es que solo se podrá obtener el conocimiento de la *physis* si se parte del conocimiento de esas leyes matemáticas. Con este planteamiento se puede afirmar que, en principio, hay un auténtico acto de fe. Acto de fe al que hay que sumar el dogma que mantiene que la razón es la que permite el conocimiento de esas leyes y, por tanto, de lo real.

El dictum mencionado también fue manejado y empleado en la Edad Media, pero ahora hay un cambio radical, ahora se toma en serio y, por otro lado, en el medievo se conocía tan solo la geometría métrica euclídea y algo de aritmética. Lo mismo se ve en Galileo cuando mantiene la construcción matemática del cosmos y hace referencia tan solo a lo geométrico. Ahora este grupo de filósofos-matemáticos construye nuevos campos matemáticos que mostrarán toda su potencia en la empresa que se quiere llevar a cabo. En concreto, construirán tres grandes artefactos conceptuales: geometría algebraica, análisis infinitesimal, cálculo de probabilidades. La aritmética había quedado supeditada a la geometría desde los tiempos griegos, desde la época pitagórica; es lo que aparece expuesto de manera explícita en el diálogo *Menón* de Platón, en el pasaje en el que establece la duplicación del cuadrado. Todavía hoy mantenemos términos geométricos como cuadrado, cubo para indicar los números que son potencias de dos o de tres. El nombre “geómetra” es el aplicado al matemático en general, algo que se mantiene incluso hoy día.

En 1637 René Descartes publica *Discurso del método*. El libro se inicia con un prólogo en el que expone el método a seguir y a continuación aparecen

tres ensayos en los cuales se aplica este método, tres ensayos revolucionarios cada uno en su campo. Llevan por título *Dióptrica*, *Meteoros*, *Geometría*. En el primero establece la ley llamada de Snell-Descartes de la difracción de la luz. El tercero, *Geometría*, es un opúsculo clave y escrito en clave. Con él, Descartes provoca una ruptura epistemológica profunda al supeditar la geometría al álgebra, al construir la geometría algebraica, la mal llamada geometría analítica; crea un nuevo estilo matemático. Descartes sigue su lema “orden y medida” que expone hacia 1628 en *Regulae ad directionem ingenii*. Como afirma d’Alembert en su “Discurso preliminar de la Enciclopedia”:

lo que sobre todo ha immortalizado el nombre de este grande hombre es la aplicación que supo hacer del Algebra a la Geometría, idea, de las más vastas y de las más felices que el espíritu humano haya concebido jamás, y que será siempre la clave de las más profundas investigaciones, no sólo en la geometría sublime [se refiere al análisis infinitesimal, al cálculo diferencial e integral], sino en todas las ciencias físicomatemáticas.⁶

Descartes culmina un trabajo de matemáticos anteriores y provoca una ruptura en los terrenos de la geometría que exige, a la vez, la creación de un lenguaje específico. Para ello maneja un espacio que no será el perceptivo, sino un espacio vacío. En ese espacio, o en un plano, se sitúan unas coordenadas, las hoy llamadas coordenadas cartesianas en su homenaje, aunque este tipo de coordenadas venían siendo utilizadas desde Ptolomeo en astronomía y en cartografía. Por poner un ejemplo y como recuerdo: tomadas unas coordenadas con ejes de abscisas OX y ordenadas OY en el plano, una recta es la ecuación $Ax+By+C=0$; una circunferencia de centro el origen y radio r , será la ecuación $x^2+y^2=r^2$. Estudiar la posición relativa de dos rectas no es más que resolver el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, lo que lleva a la construcción de los determinantes.

En la correspondencia entre Blas Pascal y Fermat, y para resolver un problema del juego de cartas, se inicia la teoría de la Probabilidad. A continuación, Christiaan Huygens escribe lo que se considera el primer trabajo sobre la Probabilidad, *De Ratiociniis in Ludo Aleae* publicado en 1657. Posteriormente, uno de los Bernoulli, Jacob, lo convertirá en el *Ars conjectandi* con la ley de los grandes números o, simplemente, teorema de Bernoulli, publicado de manera póstuma en 1713.

En 1658, Amos Dettonville lanza un reto a todos los matemáticos del momento y ofrece 40 pistolas de oro a quien sepa resolver unos problemas ligados con una curva que todo lector conoce perfectamente: se ve a todas horas, aunque, por supuesto, no se ha visto nunca; es la cicloide o ruleta, la que origina un punto de una circunferencia al rodar sin deslizamiento. Curva que

⁶ D’ALEMBERT, *Discurso preliminar de la Enciclopedia*, Madrid, Calpe, 1920, p. 115

se denominará Helena de la Geometría en homenaje a la Helena que provocó la guerra de Troya, ya que aparece ligada a retos y polémicas entre los matemáticos, porque después de este reto volverá a surgir como consecuencia de otro reto lanzado por Juan Bernoulli en 1696, al que acuden prácticamente la totalidad de los matemáticos del momento: Leibniz, Tschirnhaus, L'Hopital, Jacob Bernoulli, su hermano Juan y un autor que no da su nombre, sino que firma con un lema pero del cual Juan Bernoulli exclamará "no hace falta su nombre, al león se le conoce por sus garras". Este autor es Isaac Newton. Poco después del reto de Amos Dettonville, Christiaan Huygens, en 1659, aunque lo publica en 1673, muestra que la Helena de la geometría, la cicloide, es la tautócrona -curva de intervalos iguales en tiempos iguales- cuando construye su reloj de péndulo.

Entre los diez problemas que Amos Dettonville propone se encuentran especialmente dos, porque los demás eran ya conocidos desde Galileo y Roberval, entre otros: hallar la longitud de la cicloide y calcular el área que forma con el eje de abscisas. Al quedar desierto el concurso, porque fallan quienes participan en él, Amos Dettonville tiene que dar los resultados y, para ello, esboza un nuevo instrumento del hacer matemático: el cálculo integral, dando hasta la fórmula de la integración por partes; y lo hace manejando infinitésimos. Amos Dettonville ha resuelto un problema que puede llevar al conocimiento de un fenómeno que puede considerarse de la vida ordinaria. La longitud es $L=8r$ y el área es $S=r^2$ siendo r el radio de la circunferencia o rueda que, en su movimiento, engendra la cicloide.

Un joven y pretencioso Leibniz llega a París como embajador del electorado de Hannover para tratar de convencer al rey francés de que no invadiese Holanda, y se le ocurre que sería más ventajoso para alcanzar las Indias Orientales que, en lugar de ir a la guerra, Francia construyese un canal en Suez; su encargo diplomático fracasa. Pero consigue la amistad del hijo del embajador holandés en París, del matemático Christiaan Huygens, antes citado. Huygens le aconseja que estudie matemática moderna en los escritos de Blas Pascal, fallecido poco antes. Leibniz ve, en estos escritos, la clave para su construcción del Análisis infinitesimal; llega al cálculo diferencial como inverso del integral. Maneja diferenciales en lugar de infinitésimos. El Análisis o Cálculo Infinitesimal aparece con las notaciones que prácticamente se utilizan en la actualidad.

En paralelo a Leibniz, Isaac Newton, y esta vez para dar cuenta del Sistema del Mundo, construye un Cálculo de flujos, que es el Análisis infinitesimal con otra notación y terminología, que quedará obsoleta: Cálculo diferencial para el estudio del cambio de movimiento de los cuerpos sometidos a la gravedad. Aquí se tiene el paso a polémicas ligadas esta vez a los procesos de creación: si Leibniz copió a Newton o no. Polémicas estériles pero que tuvieron amargas consecuencias para todos, y muy especialmente para Leibniz.

Dejando a un lado esas polémicas, es con los dos instrumentos matemáticos, Álgebra geométrica-Análisis infinitesimal, con los que algunos filósofos de la naturaleza se enfrentan al conocimiento de la *physis*. René Descartes construye una Filosofía natural apoyada en una teoría corpuscular de la materia, pero sin formulación matemática, por carecer del Análisis infinitesimal, lo que condujo a que Huygens la llegara a calificar de cuento para niños. Isaac Newton, siguiendo a Huyghens, y mediante una “geometría sintética”, que no es otra cosa que el cálculo de fluentes y geometría, pretende obtener el conocimiento del Sistema del Mundo. Conocimiento que plasmará en un libro esencial: *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, publicado en 1687. En él, Newton establece la filosofía natural, lo que entendemos por física, según principios *matemáticos*. Es una obra que culmina el trabajo de muchos pensadores anteriores y en la cual insistirá en que es la “noción matemática” la que siempre maneja “sin especular sobre sus causas y sedes físicas”, que considera las fuerzas “no física, sino matemáticamente”, que los conceptos que maneja son “absolutos, verdaderos y matemáticos”. He entrecomillado varias de sus expresiones a las que hay que agregar su afirmación de que no establece, en modo alguno, postulados o hipótesis. Es una obra, en el fondo, de matemática para matemáticos.

El conocimiento del Sistema del Mundo, del Sistema Solar que es ese Mundo en su totalidad, se obtiene aplicando el Análisis matemático a tres principios que, según Newton, no son postulados o hipótesis, sino las auténticas leyes que lo gobiernan. Si la curva por la que discuten los matemáticos he indicado que es la más vista pero jamás percibida, la primera ley que gobierna el cosmos es tan imposible de visualizar como esa curva. Su enunciado más breve es: todo cuerpo está en movimiento uniforme en el espacio si no hay algo que lo altere. Con un enunciado tan simple, pero tan imperceptible sensorialmente, se provoca una ruptura con todo el pensamiento anterior, con el plasmado desde Grecia. Y es clave, esencial, porque es el que establece el cuadro en el que se construye todo lo que va a continuación. Desde el pensamiento griego se había aceptado que todo está en reposo y lo que hay que explicar es, precisamente, el movimiento. Parece lo propio del sentido común: lo que vemos está en reposo y para mover algún cuerpo, la piedra que queremos lanzar al agua de un estanque, tenemos que hacer un esfuerzo para coger la piedra de su lugar natural, que es la tierra y provocar un ímpetu para ese lanzamiento. Ahora, por el contrario, todo está en movimiento y lo que hay que explicar o describir es el cambio de movimiento. Para ello, lo primero que hay que imaginar es un espacio vacío en el que se mueve un cuerpo, una masa inercial, de modo uniforme.

La segunda ley establece la condición para alterar ese movimiento: se requiere de una fuerza, o una aceleración, y el cuerpo cambiará su movimiento para seguir la dirección y el sentido de la fuerza que le afecte. Con lo cual, y de

manera implícita, el espacio queda convertido en un espacio vectorial. Esta segunda ley se termina formulando en el lenguaje ideográfico matemático, que se va creando de manera simultánea, mediante una ecuación diferencial, mediante la expresión $F=ma = md^2e/dt^2 = mdv/dt$. Y la ecuación diferencial se convierte en uno de los instrumentos esenciales en el nuevo modo de obtener conocimiento de la *physis*. De hecho, y poco después, d'Alembert construirá, y resolverá, una ecuación o fórmula de d'Alembert para estudiar el movimiento de una cuerda cuando vibra sujeta por sus dos extremos: por ejemplo, una cuerda de violín. Es una ecuación de onda y la primera en derivadas parciales. De hecho, este tipo de ecuaciones será el artefacto conceptual para tratar fenómenos como los de ondas de luz, de agua, de sonido y también para los flujos de calor, el crecimiento de poblaciones... Lo que ha hecho d'Alembert es crear un inicio de la Hidrodinámica porque, en sus palabras, estas ecuaciones "constituyen el único recurso... con el que está permitido penetrar en los fluidos...".

Si las dos primeras leyes fueron enunciadas por Huygens, la tercera, la de acción y reacción, completará el bloque de principios matemáticos. A partir de estos tres principios y manejando el cálculo de fluxiones, el Análisis Infinitesimal, Newton obtendrá como una de sus consecuencias, las leyes de Kepler. Para ello estudia el comportamiento de dos cuerpos en el espacio, reducidas sus masas a puntos, concepto contradictorio el de puntos masivos y que Newton califica de "puntos físicos". Una vez más, se acude a elementos imposibles de captar perceptivamente. Con este enfoque pasa a describir, matemáticamente, el Sistema del Mundo. Bien entendido, describirlo y con ello, explicarlo sin que se trate de sus causas en momento alguno. Descripción que no es otra cosa que ir enunciando teorema tras teorema con sus escolios y sus demostraciones correspondientes; no es más que la construcción de una teoría al modo expositivo euclídeo.

El espacio que se maneja es, como en Descartes, el absoluto, frente a espacio relativo, que es el espacio en el que nos movemos. Blas Pascal lo caracteriza como un espacio vacío, de tres dimensiones, infinito y en él los cuerpos que se agregan se encuentran en movimiento, sin que él se mueva. En el fondo, un espacio homogéneo y, por ello, isótropo e ilimitado. Concepción que supone otra ruptura con el esquema de pensamiento que se tenía del espacio desde los tiempos griegos: se aceptaba como finito y no homogéneo, porque el espacio se escindía en supra-lunar y en infra-lunar, con direcciones y sentidos privilegiados... Por el contrario, el espacio absoluto, por homogéneo, es isótropo y se elimina cualquier tipo de fronteras como también se eliminan las direcciones y sentidos privilegiados. Junto al espacio absoluto se impone la existencia de un tiempo también absoluto, diferente del tiempo relativo, que es el tiempo cronométrico. El tiempo absoluto se identifica con una magnitud continua, que vendrá representada por la recta numérica, que supone identificarla, a largo plazo, con el cuerpo ordenado arquímedianamente de los números reales.

Por otro lado, los filósofos-matemáticos han escindido las cualidades de los cuerpos en dos grandes apartados: las objetivas, por propias de los objetos, se aceptan como cualidades primarias. Y las secundarias, porque se consideran afecciones de los sentidos y por ello subjetivas, por propias del sujeto; son el sonido, sabor, olor, color, textura... Estas han de quedar marginadas de todo conocimiento que se pretenda objetivo. Un hecho que había insinuado Galileo, pero que establecerá un racionalista como Descartes y, con todo detalle, un empirista como Locke. En el fondo, es la efectiva separación entre lo perceptivo, particular e individual, y lo conceptual racional: se sabe qué, pero no se percibe ese qué.

Es una distinción clave porque, desde mi punto de vista, aquí se tiene lo que da razón a esa pretendida "irrazonable efectividad del hacer matemático en las ciencias naturales". Porque en el espacio-tiempo absoluto se van a considerar como fenómenos, como conceptos físicos precisamente los "objetivos" y, entre estos, los que son definidos o caracterizados de modo matemático. Recuerden las palabras que entrecomillé de Newton: considerar los fenómenos no física sino matemáticamente, es decir, tomar como conceptos físicos objetivos, y en este espacio-tiempo absoluto, los que se pueden definir por una expresión o formulación matemática, en particular los que se pueden expresar mediante el cálculo diferencial e integral. Conceptos como los de velocidad, aceleración, cantidad de movimiento, masa inercial, relación entre masas... son las cualidades consideradas objetivas y por tanto cognoscibles, y son cognoscibles tanto esas magnitudes como las relaciones que las enlazan gracias a su formulación matemática. Con lo cual se puede afirmar que la efectividad del hacer matemático nada tiene de irrazonable o misterioso, porque lo que se ha hecho es construir un artefacto conceptual, el Análisis infinitesimal, con el que obtener el conocimiento de la *physis*.

No sé si la comparación es correcta, pero si se construye un zacho para remover la tierra y con él se llega a removerla, lo sorprendente sería que no la removiera. Si se construye el Análisis Infinitesimal para conocer el cambio de movimiento de los cuerpos, lo insólito es que no sirviera porque, de no haber servido, hubiera ido a la papelería y se habría intentado construir otro instrumento que sí funcionara. Y también sirvió al aplicarlo a la superficie terrestre realizando matizaciones, precisiones... Se hizo agregando otra ley matemática, la que establece la relación entre dos masas dada por la expresión $F=gm_1m_2/r^2$.

El hecho es que la ciencia física, primera de las ciencias naturales en constituirse, comienza siendo una construcción matemática con la cual se alcanza el conocimiento, descriptivo, del Sistema del Mundo. Si su primer objetivo fue describir el Sistema del Mundo, lo que hoy calificamos de Sistema solar –en el que, de hecho, todos los cuerpos están en movimiento, los planetas lo están–, de modo inmediato las leyes newtonianas se aplicaron a fenómenos situados

en la superficie terrestre, y con enorme éxito. Naturalmente en esa aplicación no se tuvieron en cuenta las cualidades secundarias, sino única y exclusivamente las primarias, las objetivas, es decir, las formulables en términos matemáticos. Éxito que conduce a que se convierta en modelo para las ciencias de la naturaleza que van surgiendo como, en concreto, la ciencia química por Lavoisier, el esbozo de la Hidrodinámica por d'Alembert. Hay que reconocer que prácticamente toda la ciencia actual se basa en modelos apoyados en el hacer matemático.

Metodológicamente también se muestra como modelo para la manera de enfrentarse al conocimiento: convertir el fenómeno a estudiar en un punto masivo o punto físico, en denominación de Newton. Y ello porque el punto abstracto facilita en su manejo "ver" los principios que subyacen a ese fenómeno. Es lo que manejó Galileo en el estudio de la curva trazada por un proyectil, lo manejado por Huygens al construir su reloj de péndulo; son los planetas convertidos en puntos físicos por parte de Newton... Es manejar un proceso de abstracción como base y apoyatura para obtener conocimiento: eliminar lo accesorio para ir a lo fundamental.

Como Poincaré señaló, a primeros del siglo XX, el hacer matemático tiene tres campos íntimamente enlazados: la física, que le sugiere problemas a resolver y a la que proporciona instrumentos de trabajo; la filosofía, porque necesita pensar en lo que hace, y el hacer intrínseco matemático. La corriente formalista y el bourbakismo pretendieron marginarse a estas ideas, pero desde finales de los años setenta han tenido que volver a considerarse acertadas.

Conviene unas precisiones, porque en esta construcción lo que se ha descrito, realmente, no es la realidad, el cosmos en sí, sino un modelo simplificado de parte de esa realidad. La teoría construida es un modelo que es efectivo y, como modelo, siempre será revisable, lo cual, de hecho, se ha ido realizando siempre. Y es modelo no solo por las condiciones impuestas, sino porque en él se ha limitado al conocimiento de solo un tipo de fenómenos de la *physis*, los que dan paso a lo que hoy se estima Física, quedando marginados otra serie de fenómenos que, con su posterior estudio, irán constituyendo los futuros campos de las distintas ciencias naturales. Con esta construcción conceptual el mundo se terminó mostrando como un gran mecano, con el reloj como metáfora perfecta, con su gran relojero como diseñador y constructor, metáfora que se sigue utilizando hoy día. Hasta el hombre será un hombre-máquina en tesis cartesiana, aunque en este caso Descartes le dote de un alma. Lo que se ha obtenido es una imagen del mundo que se califica de Mecanicismo.

Como afirmó un excelente matemático y filósofo, Alfred North Whitehead en 1925, en su obra, *La Ciencia y el mundo moderno*:

El físico matemático había aparecido, trayendo con él una mentalidad que había de dominar el mundo científico en el siglo siguiente (...). El siglo XVII

había producido por fin un esquema de pensamiento científico trazado por matemáticos para uso de matemáticos⁷.

Líneas antes escribe que la imagen a la que había dado paso ese esquema de pensamiento en el mundo occidental, y que realmente se mantiene hoy día, es la explicación mecánica de todos los procesos de la naturaleza y que tiene como consecuencia la consideración de que

La naturaleza es triste cosa, sin sonidos, sin olores, sin colores, es simplemente el rodar aprisa de la materia, sin fin y sin sentido⁸.

En la misma línea, y en 1958, Erwin Schrödinger en *Mente y materia*, escribe:

La imagen del mundo físico carece de todas las cualidades sensoriales que forman el sujeto del conocimiento. El modelo es incoloro, mudo e intocable. El mundo de la Ciencia carece el mismo y por la misma razón, de todo aquello que tenga que ver con el Sujeto que percibe, siente y contempla conscientemente. Me refiero, en primer lugar, a los valores éticos y estéticos, a los valores de todo tipo, a todo aquello relacionado con el significado y alcance de la imagen global. (...) No existen valores, ni significados particulares, ni finalidad. La Naturaleza no actúa movida por propósitos⁹.

Si el hacer científico se quiere, como han señalado Whitehead o Schrödinger, como un hacer sin cualidades secundarias, sin colores, olores, sabores y sin valores de tipo alguno, ni éticos ni estéticos, es atribución que no puede hacerse a quienes –los matemáticos– han construido ese saber, ese conocimiento. Todos han escrito, se han preocupado precisamente de esos valores e incluso algunos son más conocidos por esos pensamientos literarios y filosóficos que por su obra matemática. Es el caso de Pascal, de Descartes, de Leibniz, posteriormente de d’Alembert, aunque no el de Newton, cuya obra no estrictamente matemática se ha querido ocultar, como si hubiera sido un pequeño desliz, cuando es a lo que más tiempo y energías dedicó a lo largo de su vida.

Me voy a detener en el matemático que antes mencioné, Amos Dettonville, a quien lanzara el reto de unos problemas acerca de la Helena de la Geometría, de la ruleta o cicloide. Amos Dettonville es el mismo autor que Louis de Montalte, que escribió unas *Cartas Provinciales*, violento ataque a los jesuitas en defensa de los jansenistas. Cartas que, reunidas y publicadas en libro en Holanda poco después de morir su autor, fueron inmediatamente incluidas en el Índice. En ese momento, Jansenius había perdido la batalla frente a los

⁷ Alfred North WHITEHEAD, *La ciencia y el mundo moderno*, Buenos Aires, Losada, 1949, p. 73.

⁸ *Ibid.*, p. 72.

⁹ Erwin SCHRÖDINGER, *Mente y materia*, Barcelona, Tusquets, 1999, 5ª ed., pp. 64-65.

jesuitas, no solo en el terreno religioso. Amos Dettonville y Louis de Montalte son heterónimos de un mismo personaje, de Blas Pascal.

A su muerte Pascal dejó una serie de notas que iba tomando para escribir, al parecer, un tratado de teología. Esas notas componen el libro que se ha denominado *Pensamientos* y en él se tiene, en el fondo, un esbozo de su antropología filosófica. Siguiendo la ordenación realizada por Lafuma, el pensamiento 199 lleva por título "Desproporción del hombre". En él describe la existencia de larvas con sus patas, su cabeza, su boca... que, a su vez, tendrán larvas en su cabeza y estas a su vez, y así sucesivamente. Tras estas consideraciones afirma:

Quiero hacerle ver ahí un nuevo abismo. Quiero pintarle, no solamente el universo visible, sino la inmensidad de la naturaleza que se puede imaginar en el interior de ese átomo reducido a su mínima expresión. Que vea en él una infinidad de universos, de los que cada uno tiene su firmamento, sus planetas, su tierra y en la misma proporción que en el mundo visible; en esa tierra, animales y en fin crezas en las cuales encontrará lo que las primeras han dado, y encontrando todavía en los demás la misma cosa sin fin y sin reposo, se perderá en esas maravillas tan asombrosas en su pequeñez como las otras en su extensión¹⁰.

Espacios infinitos en extensión, en pequeñez y, en medio, el hombre, una nada entre dos infinitos. Una nada que tiene una ventaja sobre esos dos infinitos, sobre el espacio en general. En el *Pensamiento* 200 se lee:

El hombre es sólo una caña, la más débil de la naturaleza; pero es una caña que piensa. No hace falta que el universo entero se arme para aplastarlo; un vapor, una gota de agua bastan para matarle. Pero aunque el universo le aplastase, el hombre seguiría siendo superior a lo que le mata, porque sabe que muere y la ventaja que el universo tiene sobre él. El universo no la conoce. Toda nuestra dignidad consiste, por lo tanto, en el pensamiento. Desde ahí es desde donde debemos elevarnos y no desde el espacio, desde el tiempo, que no sabríamos llenar. Esforcémonos, pues, en pensar mucho: he ahí el principio de la moral¹¹.

Pensamiento sí, porque, como dice en el 111,

No puedo concebir al hombre sin pensamiento. Sería una piedra o una bestia¹².

Sin embargo, para Pascal también hay corazón como afirma en varios Opúsculos en los cuales llega a considerar la existencia de razones del corazón

¹⁰ Blaise PASCAL, *Pensamientos*, Madrid, Alfaguara, 1983, p. 412.

¹¹ *Ibid.*, p. 416.

¹² *Ibid.*, p. 379.

que la razón no entiende. Me limito a citar el Pensamiento que lleva el número 110:

El corazón siente que hay tres dimensiones en el espacio y que los números son infinitos, y la razón demuestra luego que no hay dos números cuadrados de los que uno sea el doble del otro. Los principios se sienten, las proposiciones se deducen¹³.

Los ilustrados provocan una matización en el hacer científico. Por lo pronto se tiene que descartar una de las dos teorías físicas enfrentadas que los filósofo-matemáticos han creado: la cartesiana, de un mundo lleno de vórtices, o la newtoniana, de fuerzas en el vacío. Para ello la Academia de Ciencias francesa plantea un experimento que va a ser crucial. Organiza dos expediciones, una hacia el Polo Norte, la otra hacia el Ecuador, para determinar la forma más correcta de la superficie terrestre. El experimento confirma la predicción newtoniana: la Tierra se muestra achatada por los polos frente a la forma piri-forme predicha por la imagen cartesiana. El hacer científico construido matemáticamente sin experimento alguno predice, da conocimiento de la realidad.

En paralelo se tiene el éxito en otra predicción: manejando cálculos matemáticos de d'Alembert, aunque no lo cite, Clairaut calcula la órbita del cometa Halley y predice el momento y la posición de su vuelta. Hay un acierto con un mínimo error achacable al cálculo. Los experimentos confirman, nuevamente, la teoría previa.

Lo que desde ahora importa es la imagen, la repercusión del triunfo newtoniano apoyado desde Inglaterra por Voltaire, quien hace traducir al francés los *Principia* como el elemento teórico clave que, como teoría de un modelo, debe seguirse. El hacer matemático contribuye a la elaboración de nuevas teorías. Fundamentalmente en el orden matemático serán matemáticos como Euler, Lagrange y especialmente Laplace quienes pongan en lenguaje ideográfico la obra de Newton y vayan más allá, creando lo que hoy entendemos por Análisis Infinitesimal, así como la Mecánica celeste.

Si Newton fue incapaz de establecer correctamente todos los movimientos planetarios e invoca a Dios como último artífice, Laplace consigue dar cuenta de esos movimientos manejando la gravedad, al igual que trata de dar cuenta de la estabilidad del Sistema Solar. La hipótesis de Dios le es innecesaria, como afirmará, rotundo, ante una pregunta de Napoleón. Laplace da cuenta de otro elemento que se encontraba implícito y que es central: el determinismo que subyace a este tipo de conocimiento. Pero también indicará que hay fenómenos de los que no se logra el conocimiento mediante estos instrumentos. Recalcará que para lograr la integración de una ecuación diferencial, de un

¹³ *Ibid.*, p. 379.

sistema de ecuaciones diferenciales, hay que conocer al menos un punto o, como se denomina, unas condiciones iniciales. En muchas ocasiones ese conocimiento no es posible y no se puede resolver esa ecuación o sistema de ecuaciones.

En metáfora crea el "demonio de Laplace", que conoce, en el acto, todas las ecuaciones y las posiciones iniciales de las mismas y puede calcular, en un instante, todas las soluciones, con lo cual conoce en el acto todo el pasado, el presente y el futuro del cosmos. Pero el hombre no es ese demonio omnisciente, y ese conocimiento no le es posible. Laplace acude al Cálculo de Probabilidades para lograr algún conocimiento en estos casos. La efectividad no siempre es posible y hay que aceptar que, en muchos casos, es limitada pero también que en el hacer matemático se encuentran –y, si no, se tratan de crear, diría un Poincaré– otros artefactos matemáticos con los cuales esbozar un intento de conocimiento de aquello que se ha encontrado limitado en su efectividad.

Lo que permanece en pie es la imagen mecanicista y el manejo del hacer matemático como el artefacto clave para ir construyendo modelos de la *physis*. El hacer matemático se va transformando y a fines del siglo XIX sufre una profunda ruptura epistemológica: va a pasar a una concepción global y estructuralista. Surge la teoría de conjuntos como alfabeto básico para el manejo de las estructuras algebraicas, topológicas, de orden; para la teoría de la recursividad; para el papel de la Estadística. Ahora los modelos pasan a ser construidos mediante el manejo de esas estructuras, y también se acude a la computación estadística, a los *big data*. Los conceptos o fenómenos físicos no se consideran conocidos únicamente como en el hacer científico anterior, por ecuaciones o sistemas de ecuaciones diferenciales, sino que ahora ese conocimiento también viene dado por las estructuras algebraicas, topológicas o de orden, y muy en particular por la algebraica de grupo. En el fondo, se mantiene la misma concepción que en sus orígenes de un conocimiento de la *physis* a partir de su previa matematización. En Física de partículas, usando la estructura de grupo, que es el que da cuenta de las traslaciones, giros, simetrías de los elementos, se realizarán predicciones de existencia de unas u otras partículas, dando sus masas, sus spin, partículas obtenidas posteriormente de modo experimental.

Para algunos, el hacer matemático, más que ayudar a captar y describir la *physis* a través de la modelización correspondiente, ha llegado a ser considerado como un elemento de esa naturaleza, en una vuelta a las ideas pitagóricas. En esta línea, un físico y cosmólogo como Max Tegmark sostiene en su libro *Nuestro Universo Matemático*, publicado en 2012, entre otras obras y ensayos, que el universo, lo que es nuestra realidad física externa, es una estructura matemática, muy abstracta ciertamente. Afirma:

Nuestro mundo físico no solo se describe matemáticamente, sino que es matemática, lo que nos convierte en parte consciente de un objeto matemático gigante¹⁴.

En otras palabras, el mundo, la realidad, es una gran estructura matemática. Es un paso que parece olvidar que una cosa es la *physis* y otra un tanto diferente es el conocimiento de esa *physis* mediante procesos de modelización de uno u otro tipo, admitiendo que esa *physis* muestra unas determinadas estructuras físicas y no es algo caótico, amorfo, que sería lo auténticamente "irrazonable". Es de estas estructuras de las que el hacer matemático realiza sus modelos. Por ello, que en este proceso se pueda predecir un fenómeno y el experimento posterior asegure su existencia no es identificar el conocimiento de ese fenómeno con el fenómeno en sí.

2. Vamos ahora al segundo punto prometido. Había indicado que en la Ilustración se produce un giro en el hacer científico. La Enciclopedia muestra y trata de potenciar no solo lo teórico conceptual, sino algo que se hace cada vez más importante: las Artes y Oficios. Se va camino de unos procesos de producción industrial en perjuicio de lo artesanal. Desde la Revolución francesa, en el continente europeo se hace obligatorio el empleo y manejo de un sistema de pesas y medidas que sea considerado universal para que lo fabricado en un lugar sea compatible con lo fabricado en otro lugar de la nación. Se hace preciso, se requiere la medición, la cuantificación para la vida social en un aspecto profundamente productivo. El hacer matemático pasa a otro papel de carácter más instrumental, pero igualmente necesario, imprescindible.

Por otro lado va cobrando un papel preponderante la experimentación apoyada en la medición. Es lo que expresará el lema: "Por la medida (medición) al conocimiento". Es lema que el futuro premio Nobel de Química –concedido en 1913– Kammerling Onnes pretendía que, imitando el lema platónico de "no entre quien no sepa Geometría", se pusiera en la entrada de los laboratorios de todo el mundo. Se intenta invertir el proceso de "teoría-experimento" por el de "experimenta que algo queda", aunque siempre se exige de un previo conocimiento del campo en el que se va a experimentar.

Han surgido naciones que, en su administración, requieren de datos para sus planes administrativos, económicos, militares. El hacer matemático muestra su aspecto cuantificacional para elaborar presupuestos, para estudiar la estratificación de la población que permita hacer levas militares o votaciones más o menos democráticas. En otro orden de cosas, si se afirma enfáticamente que "solo el 24 % de los altos cargos públicos está compuesto de mujeres", se

¹⁴ Max TEGMARK, *Nuestro universo matemático*, Barcelona, Antoni Bosch, 2015, pp. 16-7.

está indicando de modo implícito, y en nombre del dogma actual del feminismo, que la cifra es muy pequeña y hay que aumentarla.

La cuantificación y la estadística aparecen como soportes y a la vez críticas de unas u otras creencias, de unos u otros dogmas que, en cada momento, imperan en cada sociedad. Con esto indico que la cuantificación se encuentra ligada íntimamente al comportamiento social por su enlace con los gobiernos, la burocracia, el poder, enlazada con los dogmas y creencias que sustentan la sociedad. Pero hay algo más cercano: al escuchar la radio, oír o ver las noticias, todo son cifras de muertos en carretera o en guerras, de número de parados o de altas en la Seguridad Social, de heridos en las trifulcas con los okupas, de suicidios de adolescentes... Aún más, cuando vamos a un café o a la compra y hay que pagar, se han de manejar cuentas: hay que sumar, restar, calcular, en fin. Es la Aritmética, aun en su plano más elemental, ligada a la vida ordinaria y no solo como consecuencia de su papel en las administraciones. La Aritmética, en su plano de Teoría de números, se hace esencial para la criptografía, para la defensa de la privacidad de los mensajes, para la defensa de las cuentas en los bancos. Defensa y, a la vez, desafío para los hackers de turno.

Todavía más: se vive en un mundo construido con lo geométrico y esta vez geométrico métrico euclídeo. Ruego que miren a su alrededor y verán que todo son cuadrados, rectángulos, romboides..., les ruego que al entrar en su casa miren el pasillo y que no solo miren, sino que vean. Creo que, honestamente, verán que el pasillo se estrecha a lo lejos como si un genio maligno les hubiera jugado una mala pasada. Su casa, ¿estrechándose a lo lejos? Pero al avanzar, ese estrechamiento se va eliminando hasta llegar al final. El posible genio maligno, derrotado. Pero si vuelven la vista atrás el pasillo, ahora, está como lo vieron al principio pero al revés; el genio maligno les ha ganado la partida. Pero ustedes "saben" que eso no es factible, que las paredes del pasillo son paralelas entre sí y perpendiculares al suelo y al techo y que no hay genio maligno alguno que les engañe. Lo que está en juego es la diferencia entre lo perceptivo y lo conceptual; se sabe qué, aunque no se perciba. Diferencia entre lo perceptivo y lo conceptual que es clave tanto para el hacer matemático como para el científico, pero también lo es para la vida ordinaria.

La Geometría métrica euclídea es una disciplina que, como todas en el hacer matemático, es antiperceptiva, como lo es la captación perceptiva, imposible, de la cicloide o ruleta. Sin embargo, y de hecho, vivimos en casas que han sido construidas utilizando la geometría métrica euclídea. Los edificios se construyen manejando esa geometría y también el Análisis infinitesimal, que es el que permite el cálculo del pando de los soportes o de resistencia de materiales, y de la Aritmética de los números racionales para las medidas y los pesos de los materiales que se van a utilizar en esa construcción.

Por otro lado, y desde 2008 aproximadamente, se ha producido la difusión de un artefacto como prolongación de la mano: por la calle, en el café, en el restaurante... todos llevan, llevamos, y algunos manejan, un artefacto, un adminículo llamado teléfono móvil, elemento que se ha mostrado imprescindible en los años que llevamos del siglo XXI y parece que se mostrará mucho más imprescindible en años venideros. Y lo que subyace a este artefacto, además de su soporte material, son los algoritmos y las teorías de la computación y la recursividad. Más matemática.

Leo las palabras finales de una propaganda de la gestión de los túneles de la M-30, en Madrid:

en síntesis, inteligencia artificial, algoritmos y fórmulas matemáticas complejas aplicadas a la gestión operacional del tráfico...

En otras palabras, el hacer matemático como base para la gestión del tráfico de la gran ciudad.

No solo construcción de edificios, ciudades, teléfonos móviles o gestión del tráfico. El hacer matemático se encuentra subyacente en la construcción de los distintos artefactos con los que vivimos y por los cuales vivimos. Lo está en la construcción de las vías férreas, de las carreteras, de las fábricas, de los aviones, de los drones... de los distintos artefactos con los que se ha ido transformando la sociedad. Cambios apoyados, en última instancia, en la íntima unión del hacer tecnológico con el matemático.

Si vivimos en un mundo de artefactos construido utilizando la geometría métrico euclídea, calculando distancias, haciendo cuentas mediante la aritmética, calculando resistencias de materiales mediante el Análisis infinitesimal, utilizando fórmulas matemáticas complejas, y la estadística..., tenemos que admitir la efectividad del hacer matemático en la vida ordinaria como algo nada misterioso, porque en última instancia vivimos en un mundo construido con ese hacer.

Lo que realmente está en juego en el ensayo de Eugenio Wigner, y en los que le han seguido, es admitir, o no, que lo conceptual pueda ser efectivo para obtener conocimiento y consecuente transformación de la *physis*. Se ha admitido desde siempre que lo simbólico transforma el comportamiento de lo social: es lo que se acepta para lo religioso, para las ideologías políticas. Por contra, parece difícil aceptar que también alguna parte de lo conceptual se pueda enfocar como un artefacto que, unido a lo tecnológico, provoque cambios y comportamientos en lo social y, consecuentemente, en la transformación de la *physis*.

Frente a esas reticencias hay que admitir que el hacer conceptual, como en particular el hacer matemático, sí puede alterar el comportamiento social; que

el hacer matemático y el tecnológico, unidos, son dos de los grandes instrumentos utilizados por parte de la comunidad humana y, en su uso, han llevado a la situación actual, al mundo de artefactos en el que vivimos y por el cual vivimos... Sin olvidar que también los matemáticos han discutido y planteado cuestiones éticas y estéticas, han sugerido preceptos morales. Y aunque sé que no gusta que nadie dicte preceptos morales a los demás, me gustaría recordar para finalizar este ensayo el pensamiento pascaliano, tan difícil de seguir:

"Esforcémonos pues en pensar mucho"

Javier de Lorenzo
Universidad de Valladolid
jalor@gmail.com