EL PITAGORISMO ANTIGUO

VALORES CIENTIFICOS DE UNA ACTITUD MITICA

(Conclusión)

VIII

El número y la logística

Los estudios del pitagorismo primitivo sobre el número no se agotaron en las doctrinas simbólico-metafísicas, ni éstas fueron las que tuvieron una mayor resonancia en la cultura griega, ni siquiera un mayor privilegio dentro de la comunidad pitagórica.

El número fue el instrumento lógico capaz de desentrañar la esencia de las cosas y por ello constituyó tema fundamental el estudiarlo en sí mismo, esclarecer sus posibilidades de relación, averiguar sus potencias y capacidades.

Sin embargo, la investigación de las virtualidades aritméticas, geométricas, astronómicas, musicales, en un palabra, la investigación de las virtualidades logísticas del número estuvieron amparadas, subordinadas a la ya expuesta doctrina simbólico-metafísica. Porque el número era el principio formal del Cosmos, cobraba sentido el estudio de sus relaciones en los aspectos particulares y concretos de la realidad. Uno de los textos de Arquitas me parece esclarecedor en este sentido: "El mejor conocimiento han alcanzado, creo, los estudiosos de la ciencia matemática; y no es extraño que razonaran correctamente sobre las propiedades de las cosas singulares, porque conociendo bien la naturaleza del todo (τᾶς τῶν ὅλων φύσιος), debían ver bien también como son las cosas particulares. Así, sobre la velocidad de los astros, sobre su aparecer y desaparecer se han formado claras nociones, como también sobre la geometría, sobre la aritmética y en no menor medida sobre la música, que estas ciencias parecen ser hermanas, porque tratan de las dos formas originarias del ser (τὰ τῶ ὄντος πρώτιστα δύο εἴδεα), que son hermanas entre sí'' (126).

Así, pues, la logística fue una ciencia privilegiada, porque, en definitiva, era el saber capaz de desvelar lo que las cosas, en su singularidad, son. Pero es preciso determinar qué debemos entender por logística, cuando hablamos del pitagorismo antiguo.

En Platón, por ejemplo, la logística, es, con la aritmética, de la cual se diferencia sólo por su grado de teoricidad (127), la ciencia del número. Esta ciencia es fundamental para la educación de quien pretende entender algo, más aún, para quien quiera ser hombre (καὶ ἄνθρωπος ἔσεσθαι) (128). Tal es su importancia, que ''convendría implantar por ley esta enseñanza e intentar persuadir a quienes vayan a participar en las más altas funciones de la ciudad, para que se acerquen a la logística y se apliquen a ella no de una manera superficial, sino hasta que lleguen a contemplar la naturaleza de los números con la sola ayuda de la inteligencia, y no ejercitándola con miras a las ventas o compras, como los comerciantes y mercachifles, sino a la guerra y a la mayor facilidad con que el alma misma pueda volverse de la generación a la verdad y a la esencia'' (129).

Sin embargo, esta ciencia, propia del filósofo que quiere llegar a tocar la esencia, no es, ni mucho menos, el saber primario y fundamental, sino uno de los saberes que, con la geometría plana, la geometría de los cuerpos sólidos en reposo, la astronomía y la música, constituyen la base de la educación del hombre. Pero en el pitagorismo, la logística, ajena por principio a todo matiz práctico, constituyó la ciencia de las ciencias, el saber primario y fundamental sobre el cual ha de asentarse cualquier otro saber: ''La logística parece tener, con relación a la sabiduría (ποτὶ τὰν σοφίαν), una neta superioridad sobre cualquier otra ciencia (τεχνῶν), porque, incluso, más eficaz que la geometría, logra tratar aquello que quiere. (En efecto, la geometría logra demostrar aquello que otras ciencias no logran) y donde la geometría, a su vez, se da por vencida, la logística logra

(126) *Frag.* 1, tomado por Porfirio (*In Ptolome. Harm.*, ed. DÜRING, pág. 56) de la obra Περὶ μαθηματικῆς.

(127) En el *Gorgias* afirma que se diferencia tan solo porque la logística ''examina las relaciones de cantidad de lo par y lo impar respecto a sí mismos y a unos con otros'' (451c), lo que parece situarla en la categoría del cálculo práctico.

(128) *Republica,* VII, 7; 522e. Trad. c., vol. III, pág. 16.

(129) *Idem,* VII, 8; 525b-c. Idem, vol. III, págs. 20-21.

también la demostración, e, igualmente, respecto a las formas, donde se pueda dar de las formas cualquier tratamiento científico'' (130).

Ahora bien, el objeto de la logística en el pitagorismo no es el cálculo, sino el λόγος: pero λόγος es para el pitagorismo la expresión numérica relativa, es decir, la proporción, en lenguaje matemático. Precisamente por ello la realidad es analógica, porque se da en una relación numérica.

Del λόγος, pues, se deriva el sentido de la logística, es decir, que la logística tiene por objeto el estudio de las relaciones numéricas. Y este estudio se aplica a las dos ideas originarias del ser de que nos hablaba el texto de Arquitas, a saber, la cantidad (τὸ ποσόν) y el volumen (τὸ πηλίκον). Nacen, así, la aritmética, que considera τὸ ποσὸν πρός τι, y la música, que considera τὸ ποσὸν παῤ ἑαυτό; la geometría, que considera το πηλίκον en reposo, y la astronomía, que considera τὸ πηλίκον en movimiento (131). De esta forma quedan constituídas, bajo el dominio de la logística, las cuatro ciencias fundamentales del pitagorismo.

Pero, estas ciencias así constituídas ¿son, realmente, propias de la escuela de Pitágoras? Nuestra respuesta es, no. Sin embargo, en ella encontraron su origen y los que las constituyeron así se basaron en las especulaciones que, sobre el número, realizó la primitiva escuela pitagórica.

Lo que acabamos de afirmar precisa una justificación ante otras tesis mantenidas sobre este punto.

I. LEVY (132), que es quien ha estudiado con más detenimiento la leyenda sobre Pitágoras, llegó a la conclusión de que no podía atestiguarse con fuentes suficientes antiguas, para que fueran de fiar, que existió una enseñanza de la Matemática y de la Física, impartida por el propio Pitágoras. Y conservo las mayúsculas para resaltar que Lévy se refería a ellas como tales ciencias.

Por otra parte, supuso que el pensamiento científico matemático, que se constituyó en la Magna Grecia en las postrimerías del siglo VI y principios del V, y al cual se aplicó más tarde el nombre de

(130) ARQUITAS, frag. B4; tomado por Estobeo (I, 4; ed. WACHSMUTH, pág. 18,8) de sus *Discusiones*.

(131) Cf. JAMBLICO, *In Nicom.*, ed. PISTELLI, pág. 6,20: también V. P. 160. Es importatne la nota de M. TIMPANARO al frag. B1 de Arquitas, en *o. c.*, vol. II, pág. 362.

(132) Cf. *Les sources de la légende de Pythagore*, ya citada, págs. 6 y ss.

pitagórico, tuvo su origen en una escuela científica formada por elementos de la comunidad "religiosa" de Pitágoras, pero que nada tenía que ver con el espíritu de aquella primitiva comunidad. Los nombres que nos han llegado de esta escuela serían los de Lisis, Filolao, más tarde Arquitas, y los pitagóricos de Tebas y Fliunte.

Respecto a esta tesis es preciso reconocer que los testimonios que se refieren a la enseñanza matemática de Pitágoras son tardíos y que más que nada se refieren a una tradición, que supuso el origen de esta ciencia en sus enseñanzas. Pero, también es cierto que nada, con fundamento verdadero, hace suponer como cierta la teoría de que existiera una escuela pitagórica disidente —ni buscando el apoyo de Hipaso (133) o Alcmeón— dedicada a las matemáticas y que tuviera origen en la propia *vida pitagórica*. La elección, por tanto, de esta suposición se hace, al menos, en contra de la tradición.

BURNET, por su parte, algunos años antes de que apareciera la obra de Lévy (134), formuló una hipótesis sobre este punto creo que menos apasionada y más convincente. Según ella, enraizada en la teoría de la metempsícosis estaba la expiación catártica, única forma posible de liberar el alma de la cadena de las reencarnaciones, y el máximo valor catártico le fue atribuido a la ciencia. Esto garantizaba a Burnet la dedicación a la ciencia de la comunidad religiosa pitagórica; por tanto, para saber cuáles fueron los resultados de esta dedicación, era suficiente determinar qué es lo que había de más arcaico en las doctrinas científicas posteriores, de sello pitagórico, para saber cuál fue la enseñanza de Pitágoras. Según ésto, atribuyó al maestro la enseñanza de los números poligonales, la de los problemas geométricos basados en ellos, como el teorema que lleva su nombre, el descubrimiento de los números irracionales, etc.

Con posterioridad a ambos trabajos, publicó A. REY su obra *La jeunesse de la science grecque* (135), que se propuso como algunos años antes hiciera Frank (136), desterrar el nombre de Pitágoras de la historia de la ciencia griega. Recoge la tesis de Burnet y Lévy y, apoyándose en la del segundo, trata de demostrar al primero que nada nos

(133) Cf. la nota introductoria sobre Hipaso, en M. TIMPANARO, *o. c.*, vol. I, págs. 78-83.

(134) La primera parte de la *Early Greech Philosophy, Part. I: from Thales to Plato*, Londón, apareció en 1914, la única que se publicó en vida de su autor.

(135) Apareció en la colección "L'evolutión de l'Humanité", en 1933. Trad. esp. de JOSE ALMOINA, México, 1961; cf. págs. 72 y ss.

(136) Cf. *Plato und die sogenannten Pythagoreer*, Halle, 1923.

autoriza a suponer que la formación de la aritmética y de la geometría en la encrucijada de los siglos VI y V, tuviera algo que ver con el pitagorismo de Pitágoras, permítaseme la expresión, ya que pudieron contribuir a esa formación intermediarios correspondientes a estos siglos y ajenos a su escuela.

Pero se tropieza, como él mismo reconoce, con dos problemas, uno, el texto de Proclo, al que concedió autoridad para establecer el carácter científico de la doctrina de Tales, y que asegura que Pitágoras dio un gran impulso a las matemáticas: "Después de éste (Tales), Mamerco, hermano del poeta Estesícoro, es recordado porque poseía inclinación por lo referente a la geometría... Además de ésto, Pitágoras, que del estudio de la geometría hizo una enseñanza teórica, elevándose en la investigación a los principios y estudiando los problemas desde un punto de vista abstracto y conceptual. El, en efecto, inició el estudio de las cantidades irracionales y descubrió la construcción de las figuras cósmicas" (137).

Contra esto toda argumentación se estrella, salvo que se niegue valor, en cualquier caso, al texto de Proclo.

Otro, la propia tesis de Burnet, ya que parece indiscutible que el misticismo desarrollado en el siglo VI en la Magna Grecia pudo dar origen al espíritu científico. Lo que quiere decir que la doctrina de la catarsis pitagórica pudo ser la creadora de la ciencia matemática. Ahora bien, Rey afirmaba, para contradecir a Burnet, que era preciso, primero, averiguar si existió en aquel tiempo una ciencia capaz de inspirar por sí misma la doctrina de la catarsis y, en caso contrario, averiguar a qué época había que remontarla. Finalmente, sería preciso averiguar qué fue aquella ciencia.

Aunque no hemos entrecomillado la cita es casi textual y en el planteamiento que encierra creemos que hay un grave error histórico, error que le llevó a negar la existencia de un impulso científico en el pitagorismo primitivo, en favor del racionalismo eleático, auténtico

---

(137) Sabido es que este texto de Proclo en EUCLIDES, (65, 11), se remonta a Eudemo, cuya *Historia de la geometría* resumiría Geminus, matemático del siglo I a. de Cristo, resumen que utilizó Proclo en todo este pasaje de contenido histórico (64, 8-68, 6) Cf. la obra de PAUL-HENRI MICHEL, *De Pythagore à Euclide. Contribution à l'histoire des mathématiques préeuclidiennes*, Paris 1950, que dedica la primera parte, págs. 78-294, a establecer la sucesión de las escuelas, volviendo siempre sobre este texto de Proclo. La opinión de Michel equidista, a mi juicio, de la expuesta de A. Rey y de la que expondremos de P. Tannery, que ha sido quien ha reconocido mayor extensión a la enseñanza matemática del propio Pitágoras.

creador, según él, de la Matemática griega, ya que "esta palabra en griego signfica, en resumen, la ciencia" (138).

En la misma colección que apareció la obra de A. Rey, y algunos años más tarde (139), se reeditó la obra de L. ROBIN, *La pensée grecque et les origines de l'esprit scientifique*. En ella afirmaba, al constatar que Pitágoras buscó una explicación sistemática de las cosas en los números, porque descubrió analogías entre éstos y la realidad, fundamentalmente en la música, que: "Les inexactitudes évidentes, dont la tradition s'est enrichie en voulant être trop précise, ne suffisent peut-être pas à prouver qu'elle soit fondamentalement fausse" (140).

Nuestra tesis ha tratado de evitar el error cometido por A. Rey, a saber, suponer que el misticismo del siglo VI necesitó la existencia previa de un esfuerzo científico y los resultados del mismo, para apoyar la teoría de la purificación por la ciencia. Y el error no está sólo en lo que supone, sino en considerar que la catarsis pitagórica se apoyó en la ciencia. Como hemos tratado de mostrar, en lo que se apoyó fue en "el estudio", es decir, en lo que entendió por vida teórica, que de suyo es una forma de vida purificadora, pues aleja al hombre de todas las cosas que afectan al cuerpo, en el cual el alma está presa como en su tumba.

Lo que sucedió en el pitagorismo es que el estudio, la vida contemplativa se ocupó, al mismo tiempo que rumiaba las sentencias morales del maestro, del número, porque en algún lugar o en algún momento, quizá en su país de origen y por influjo de la escuela de Tales, quizá en Egipto, Pitágoras aprendió o intuyó que el número era el objeto especulable por excelencia, es decir, un objeto digno de aplicar a él las horas de "ocio".

Por supuesto, que el que estos estudios se sistematizaran en una aritmética o en una geometría, fue labor de la segunda generación pitagórica, la cual fue también, y ello importa para nuestro tema, presocrática.

Según cuanto antecede, continuamos afirmando que el nacimiento de las ciencias matemáticas, que se produjo en la Magna Grecia

(138) *O. c.*, pág. 130.
(139) Apareció al primera ed. en 1923 y la segunda, a la que nos atenemos, en 1948, ya que fue revisada por su autor y cita la obra de A. Rey.
(140) *O. c.*, pág. 69 de la ed. francesa.

en las postrimerías del siglo VI y principios del V, tuvo su origen en la especulación inspirada por Pitágoras.

Ahora bien, que el espíritu que inspiró la matemática pitagórica fuese el mismo que inspiró la física jónica o la metafísica eleática, por citar solo los dos eslabones fundamentales del racionalismo griego que cita A. Rey, es otro cantar. Para averiguarlo debemos saber cuáles fueron los resultados del esforzado estudio del primitivo pitagorismo y de su inmediata siguiente generación.

IX

La aritmética pitagórica

Decíamos que no teníamos una definición del número que nos sirviera, por su antigüedad, para determinar lo que entendió por tal la primitiva escuela pitagórica. Sin embargo, sí sabemos cómo lo entendió, a saber, como un espacio numerado.

Otra paradoja que no podía comprender Aristóteles de la doctrina pitagórica consistía en que, considerando los pitagóricos el número como un ente matemático, es decir, compuesto de unidades, lo entendieran "sin embargo, formado no de unidades inextensas, ya que según ellos la unidad tiene extensión" (141). Precisamente porque lo comprendían así, piensa Aristóteles, no podían dar del uno (τὸ ἕν) una razón abstracta (142).

La explicación de esta paradoja que asombra al Estagirita está en que el fundador del Liceo comprendía el número, en un segundo grado de abstracción, como tal ente matemático, mientras que el primitivo pitagorismo entendió el número desde una simplista abstracción de primer grado, considerando la unidad como una realidad física, formalizada en cuanto a la materia, pero sin prescindir de ella, ya que no poseían la intuición de lo no corporal. El ente físico como tal era explicado por el número, pero el número no era explicable sin el ente físico. Y así, todo número, todo conjunto de unidades, era un conjunto de puntos. Precisamente esta elemental formalización del número les permitió enlazar éste con las formas geométricas, ya

(141) *Metaf.*, XIII, 6; 1.080b 19-21.
(142) Cf. nuestra nota.

que el número fue siempre considerado desde una perspectiva espacial.

Esta inicial concepción dio lugar a los llamados números poligonales, cuyas teorías se complicaron enormemente en los tratados de aritmología posteriores. Pero obsérvese que aún en los casos de mayor complejidad y elaboración, como sucede en el tratado de Diofanto, la figura geométrica y el número aparecen siempre íntimamente unidos, es decir, a los números triangulares, por ejemplo, corresponde la serie 3, 6, 10, 15, etc.; lo que debe entenderse también a la inversa, es decir, que la serie 3, 6, 10, 15, etc. son números triangulares.

Tanta influencia tuvo el arcaismo de la primitiva escuela que el número así concebido, que se llamó número pitagórico, perduró como tal aún en autores que habían superado ya la elemental abstracción inicial. Así Nicómaco de Gerasa entiende el punto según la célebre definición de Euclides como "aquello que no tiene partes", sin embargo partiendo de esta concepción establece también una aritmología: "El punto es principio de dimensión, más no dimensión; y es el mismo punto principio de la línea, mas no es línea; y la línea es principio de superficie, mas no es superficie; y es principio de lo bidimensional, mas no es ella misma bidimensional. Y, naturalmente, la superficie es principio del cuerpo; y es ella misma principio de lo tridimensional, mas no es tridimensional. De parecida manera: en los números la unidad es principio de todo número desarrollado por la unidad en una dimensión; el número lineal es principio del número plano, desarrollado en otra dimensión bajo la forma de plano; el número plano, por fin, es principio del número sólido, que añade a los anteriores, y en dirección hacia profundidad, una dimensión más. Por ejemplo; por subdivisión de los números lineales resultan, sin más, todos los números que parten de la unidad y que, por adición de la unidad, forman progresión en una sola dimensión; los números planos comienzan por tres, cual por raíz principal, y forman una progresión de números bien ordenados que se designan según una misma ley de orden; porque los primeros son los números triangulares, después de ellos los cuadrangulares, inmediatamente después los pentagonales y a continuación los hexagonales y así sucesivamente" (143).

(143) II, 7, 1, 3; ed. HOCHE, págs. 86, 9-87, 6.

De manera alguna es posible proyectar sobre el pitagorismo primitivo las complejidades y nivel teorético de estas concepciones, sin embargo, repitamos, tuvieron su origen en la concepción espacial del número.

Las unidades integrantes de un número, es decir, los puntos que lo integraban, precisaban una distribución en el espacio y para ello recurrió el pitagorismo primitivo al más elemental de los instrumentos de que disponía: el *gnomon*. El gnomon era nuestra elemental escuadra de albañilería, formada por dos reglas en ángulo recto. Parece ser que había sido importado de Egipto, por lo menos eso nos dice Herodoto (14), que lo utilizaba en la agrimensura. En el siglo VI el compás, el cordel y la escuadra eran todos los medios técnicos con que contaba el agricultor, el jardinero y el arquitecto, como lo demuestra la repetición de la frase proverbial σтάθμη καὶ γνώμων, que aparece en Teognis: "Es preciso, oh Cirno, que yo dé mi sentencia en este asunto con el cordel y la escuadra y otorgue a cada parte lo que es justo..." (145).

El gnomon fue el medio de definir los números, es decir, de limitar y ordenar los puntos —las unidades constitutivas de los números— en el espacio. Es éste el sentido de la frase de Filolao en el frag. 11 ya citado: "Pero éste (el número), armonizando en el alma todas las cosas con la sensación, hace *que sean cognoscibles y conmensurables entre sí, de acuerdo con la naturaleza del gnomon, componiendo y descomponiendo las relaciones de las cosas,* tanto de las indeterminadas como de las determinadas" (146).

También en una frase de la referencia de Estobeo (147) a la *Aritmética* de Aristoxeno se nos hace patente esta concepción espacial del número: "Principio del número es la unidad, y el número es una suma de unidades. Se llaman pares los números que se dividen en

(144) Nos dice en II, 109 que Sesostris había repartido el campo de Egipto en parcelas medidas y cuadradas y que así nació en Egipto la geometría, que pasó después a Grecia por mediación de Babilonia, "Conjetura que no es extraña, pues que los griegos aprendieron de los babilonios el reloj, el gnomon y el repartimiento civil de las doce horas del día".

(145) Francisco R. Adrados, *Líricos griegos*, Barcelona, 1959, 2 vols., vrs. 543-545; vol. 2 pág. 204. Esta expresión proverbial se repite también en los vrs. 805 y 945.

(146) Cf. Nota 101. El subrayado destaca la interpretación del papel del gnomon en la concepción del número, pero obsérvese, en la primera frase del texto, cómo el número se da a nivel de la sensación.

(147) I, Proemio, 6; ed. Wachsmuth, pág. 20, 1.

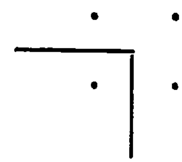
partes iguales, impares aquellos que se dividen en partes desiguales y tienen un término medio" (148). Parece ser que Espeusipo, según la amplia referencia de la *Theologumena Arithmeticae* (149), en su obra *De los números pitagóricos* resumía los escritos de Filolao y estudiaba los números poligonales. Aunque nos referiremos en breve a esta fuente, no queremos apoyarnos excesivamente en ella, porque todo cuanto venga de Espeusipo es preciso ponerlo en cuarentena antes de utilizarlo como fuente del pitagorismo, ya que sus concepciones matemáticas distaban mucho de ser pitagóricas.

Las dos especies de números, pares e impares, daban lugar a las dos primeras series de números poligonales, los llamados números cuadrados y oblongos. Aunque ya hemos dicho que no queremos entrar en la posterior discusión sobre estos conceptos, digamos que el par era el número indeterminado, si se quiere el infinito, que venía determinado por el impar, por lo finito. En la discusión posterior se habló de números perfectos y números no perfectos, y haciéndose eco de la etimología del par se llamaron números perfectos a los pares y no perfectos a los impares, calificaciones que parecían entrar en conflicto con determinado e indeterminado. Pero es indudable que la originalidad pitagórica, siguiendo como ya hemos dicho el concepto de gnomon, fundamental en la cultura griega, consideró que el impar es el número determinado y que del impar nacían los números cuadrados. Y parece que aquí caemos nosotros en una contradicción, puesto que los números cuadrados son siempre pares.

Un texto de la *Física* de Aristóteles comenzará aclarándonos la cuestión: "Y los otros (los pitagóricos) dicen que lo infinito es el par; éste, en efecto, limitado y definido por el impar añade a los seres la indeterminación (infinitud); y prueba de ello es lo que sucede en los números; en efecto, aplicando los gnomones en torno del uno y aparte, la figura será unas veces siempre la misma y otras diversa" (150). No se tome a broma el que hayamos dicho que este texto nos aclarará algo (151). Aristóteles quería decir que en la cons-

(148) Frag. B2, DIELS, 58.
(149) Ed. DE FALCO, pág. 74, 10.
(150) III, 4; 203a 10-15.
(151) Sobre la complejidad de la cuestión planteada por Aristóteles cf. M. TIMPANARO CARDINI, *Una dottrina platonica nella testimonianza aristotelica*; en: "Physis", n.º 3 (1961), págs. 105-112. Se apoya en el comentario de Simplicio

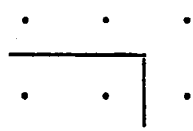
trcución de los números, cuando en torno del uno se pone el gnomon, se completa el número inmediato siguiente añadiendo tres unidades:



De este modo hemos formado el primer número cuadrado, pero el valor del gnomon, es decir, el número de unidades añadidas al uno inicial para formar el número inmediato, eran tres, esto es, un número impar. Igual sucede con el valor del gnomon para cualquier otro número cuadrado: cuyo valor es, en el cuadrado siguiente 5, en el siguiente 7 y así sucesivamente.

Prescindiendo ahora de la complejidad del texto aristotélico a que hace referencia la nota anterior, veamos en él sólo el testimonio de cómo el primitivo pitagorismo creaba la primera serie de números partiendo de la unidad y utilizando para su construcción el gnomon.

Si en lugar de partir del uno partimos del dos y, colocando el gnomon en torno de él, distribuimos las unidades necesarias para completarlo, habremos formado el primer número oblongo, es decir, el seis:



La serie de los números oblongos o rectangulares es la serie de los primeros números indefinidos y opuesta por tanto a los números cuadrados, que son definidos, determinados e impares (152), porque el valor del gnomon en los números rectangulares es siempre un número par, a saber, 4, 6, 8, etc.

En la construcción de los números triangulares no se partía del uno, como algunos autores han pensado, sino del tres, constituyendo,

a la *Física*, quien a su vez se apoyaba en Alejandro de Afrodisia, que interpreta el texto aristotélico suponiendo que el "y aparte" (Καὶ χωρὶς) "significa la adición aritmética de los números pares sin la representación figurada".

(152) Recuérdese que en el texto de Aristóteles de nuestra nota 115 se oponía, en la serie de principios, el rectángulo (ἑτερόμηκες) al cuadrado (τετράγωνον) y que el primero estaba situado en la columna de lo indeterminado, lo par, lo múltiple, etc.

por tanto, la tercera serie de los números poligonales. Lo que sucedía es que para que el tres diera origen a un número poligonal no podían situarse los tres puntos en línea, razón por la cual se utilizó el distribuirlos según los tres extremos de una alfa mayúscula.

El valor del gnomon en la serie de los números triangulares es la progresión natural de los números a partir del 3, es decir, 3, 4, 5, etc., lo que hace de esta serie particular de lo par y lo impar (153).

La antigüedad de esta concepción de los números poligonales, aparte de los múltiples testimonios que afirman que era costumbre de los pitagóricos la representación figurada de los números, la encontramos en la antigüedad de una serie de figuras de valor sagrado, cuya construcción la supone.

Hablemos en primer lugar de la *Tetractis*. La *Tetractis* es la representación del número 10, partiendo del 3 que fue siempre considerado el número perfecto, como nos recuerda Aristóteles: "En efecto, como dicen los pitagóricos, el Todo y la totalidad de las cosas están determinadas por el número tres; fin, medio y principio forman el número característico del Todo, y su número es la tríada" (154). Esta sacralización del número tres culminaba en la década. Así Filolao, en el primer texto del frag. 11 (155), afirmaba: "La esencia y la obra del número debe ser juzgada en relación con la potencia ínsita en la década; grande es en efecto la potencia (del número) y todo lo acaba y remata, principio y guía de la vida divina y celeste y de la humana, en cuanto participa de la potencia de la década; sin ésta, todo sería indeterminado, incierto y obscuro" (156).

Es indudable que, independiente de toda concepción sacralizante, el diez tiene en sí un valor representativo excepcional, puesto que representa la forma más elemental y universal de cálculo, como nos recuerda el mencionado texto de la *Theologumena Arithmeticae*, que parece referirse textualmente a un pensamiento de Filolao: "es el diez (número) perfecto, y razonablemente y conforme a la naturaleza nosotros los griegos y todos los hombres llegamos a ésto, cal-

(153) Ya hemos dicho que las complejidades posteriores de la aritmología no pueden ser atribuidas al primer pitagorismo y dudamos que la primera escuela pitagórica pasara de la construcción de los números triangulares, es decir, que los números pentagonales, hexagonales, etc., son fruto de especulaciones posteriores.

(154) *De Coelo*, I, 1; 268a 10.

(155) Recuérdese lo que decíamos de este texto en nuestra nota 101.

(156) Frag. B11 de Filolao.

culando de todas las maneras, sin propósito deliberado; aunque muchas propiedades las posee él sólo, cuantas es justo que posea un número tan perfecto; muchas propiedades no son exclusivas de él, pero debe poseerlas en cuanto perfecto" (157). El texto continúa refiriendo las propiedades de la década, cuya enumeración no interesa a nuestros propósitos.

Arquitas, por su parte, analiza igualmente los valores extraordinarios de la década, contribuyendo así a la tradición sacralizante: "La década realiza enteramente el número, en cuanto contiene en sí toda su naturaleza, del par y el impar, del móvil y del inmóvil, de lo bueno y lo malo" (158).

Pues bien, la representación figurativa de la década es un número triangular, cuyos gnomones son 3 y 4.

Y esta representación constituyó la figura llamada *tetractis*, es decir, que esta representación de la década radicaba en el cuatro, porque era la progresión de los cuatro primeros números naturales: 1, 2, 3, 4, cuya suma es el 10.

La tetractis fue un símbolo sagrado desde el primer momento de la escuela de Pitágoras y por ello decíamos que servía para justificar la antigüedad de la concepción del número como distribución espacial de unidades extensas, puesto que su figuración triangular supone la construcción de los números poligonales.

Las razones que justifican esta antigüedad son varias. En primer lugar, su carácter de símbolo que lo sitúa perfectamente dentro de la primitiva enseñanza pitagórica; en segundo lugar, su valor sagrado dentro de un culto supersticioso, que igualmente caracterizó la enseñanza del maestro; finalmente, la fórmula tradicional del juramento pitagórico.

Aecio, en un texto en el cual resumió la doctrina de Pitágoras, afirmaba: "Por otra parte, decía (Pitágoras) que la naturaleza del número es la década (159); en efecto, todos, griegos y bárbaros, cuentan hasta el diez y, llegando a él, de nuevo vuelven al uno. Del diez, a su vez, afirman que la potencia está en el cuatro y en la tétrada;

(157) Cf. nuestra nota 149.

(158) Este texto, frag. B5, según Teon de Esmirna que lo cita (ed. HILLER, pág. 106, 7) pertenecería a una obra que Filolao dedicó a la década: Περὶ τῆς δεκάδος.

(159) Es preciso hacer resaltar la equivalencia de la expresión, con la del texto de Filolao en la nota 156.

y la razón es ésta: si, comenzando desde la unidad, sumamos números hasta el cuatro, se obtiene el número diez. En otros términos: uno, más dos, más tres, más cuatro, hacen diez. Por tanto, la esencia del número, según la unidad, está en el diez; según la potencia, en el cuatro. Por esta razón los pitagóricos juraban por la tétrada, considerándolo el más solemne juramento: "No, por aquel que inspiró a nuestra cabeza la tetractis, fuente y raíz de la siempre fluyente naturaleza" (160).

Jámblico nos habla también de este juramento (161); y Diels lo ha considerado el comienzo de un poema de la antigua poesía pitagórica, que habría tenido por tema el número y que habría dado lugar a la falsificación a que hace referencia el texto de Diógenes Laercio que nosotros hemos citado en la nota 4 (162).
Remitimos a Delatte (163) para las múltiples referencias sobre la tetractis, pero aún volveremos sobre ella al relacionarla con las experiencias musicales de Pitágoras, lo cual corroborará la tesis de su antigüedad.

Otro elemento geométrico pitagórico que supone la concepción espacial del número fue el pentagrama. El pentagrama no es otra cosa que la estrella de cinco puntas, que puede trazarse sin levantar el lápiz del papel.

Indudablemente, la antigüedad de esta figura geométrica es muy superior a la de la escuela pitagórica. No es preciso que nos ocupemos de su origen, ya que autores como Lascaris y Guadan, y más recientemente De Vogel (164) se han ocupado de ella detenidamente. Lo que importa a nuestro tema es justificar que dicha figura fue utilizada y estudiada por el pitagorismo antiguo.

La más sólida argumentación está, a mi juicio, en la frase de Proclo de que Pitágoras descubrió la construcción de las cinco figuras cósmicas. Indudablemente es preciso explicar la frase.

En primer lugar, contamos con el testimonio de Estobeo sobre Filolao: "Los cuerpos que hay en la esfera son cinco: unos dentro de la esfera, esto es, agua, tierra y aire, y el recipiente de la esfera, el

(160) I, 3, 8.
(161) V. P., 150.
(162) Cf. la o. c. en nota 7, págs. 457 y ss.
(163) Cf. la o. c. en nota 7, págs. 249-268.
(164) De Vogel, *Pythagoras and early pythagoreanism.*, ed. c., Apéndices A y B, págs. 292-299.

quinto" (165). Pero este testimonio hay que ponerlo en conexión con el de Aecio: "Porque cinco son las figuras sólidas que se llaman también matemáticas, Pitágoras dice que del cubo se ha generado la tierra, de la pirámide el fuego, del octaedro el aire, del icosaedro el agua, del dodecaedro la esfera del universo" (166). Finalmente, es preciso tener en cuenta el amplio fragmento del *Timeo* (167) de Platón, en el que se explica la construcción de estos cuerpos geométricos.

Cuando Heath (168) se hace cargo de este problema, su estudio y solución es grandemente cauta. En primer lugar deslinda la cuestión de la identificación de las "cinco figuras sólidas" con los cinco elementos, identificación que no parece necesario haya que atribuir al pitagorismo primitivo: la tradición que atribuye a Pitágoras tal identificación pudo muy bien tener su origen en Platón y contribuir a ella el hecho de haberla narrado en el *Timeo*, diálogo eminentemente pitagorizante, por lo cual, quizá el propio Teofrasto, de quien lo tomaría Aecio, llegó a pensar que Platón hablaba por boca de los pitagóricos. En segundo lugar, queda la cuestión de que fuese Pitágoras quien primero escribiera o describiera (el ἔγραφε de Proclo) las cinco figuras sólidas, lo que habría permitido a Platón la identificación de las figuras sólidas con los elementos.

Con respecto a esta última cuestión, la que más nos importa en estos momentos, Heath opina que "no existe razón alguna por la cual la escuela pitagórica no hubiera 'podido construir' ('put together' =σύστασις) las cinco figuras de la manera que Platón las construye en el *Timeo*, es decir, uniendo un cierto número de ángulos de triángulos equilateros, de cuadrados o pentágonos, cada uno por sí en torno de un punto formando un ángulo sólido y completando todos los ángulos sólido de esta forma" (169). Es decir, que los pitagóricos habrían llegado a la construcción de los cinco poliedros por el procedimiento elemental que Platón describe en el *Timeo*.

En relación con este punto, sigue afirmando Heath, no se ve problema alguno para no remontar dicha doctrina al pitagorismo primitivo, al menos en lo que se refiere al cubo, a la pirámide, al

(165) Frag. B12 de DIELS; Estobeo, Ecl., I Proemio, pág. 18, 5.
(166) Frag. A15 de DIELS; Aecio, II, 6, 5.
(167) 53c-56c.
(168) SIR THOMAS L. HEATH, *A history of Greek mathematics*, Clarendon Press, 1921, 2 vols.; reproducción litográfica 1965; págs. 158-162.
(169) HEATH, o. c., pág. 159.

octaedro y al icosaedro, cuya base constructiva son triángulos equiláteros o cuadrados, figuras que, por supuesto, conocía el pitagorismo antiguo por la construcción de los números poligonales. Ahora bien, en el caso del dodecaedro interviene un elemento nuevo, a saber, el pentágono, razón por la cual Heath se pregunta por las posibilidades que tuvo el pitagorismo primitivo de conocer dicha figura, a lo cual responde con la historia de Hipaso (170) y con la antigüedad del conocimiento de dicha figura geométrica, puesto de manifiesto en el descubrimiento en 1.885, en Monte Loffa (Colli Euganei, cerca de Padua) de un dodecaedro regular de origen etrusco (171): "Por tanto, puede ser que Pitágoras o los pitagóricos vieran dodecaedros de esta clase y que su mérito fuera el haberlos tratado como objetos matemáticos y presentarlos dentro de una teoría geométrica" (172).

¿Y cómo llegó el pitagorismo primitivo a esta teorización del pentágono regular? Heath hace referencia en este momento al L. IV de Euclides, a la proposición 11, que establece cómo inscribir un pentágono equilátero y equiángulo en un círculo, lo cual supone, dentro de la exposición euclidea, la proposición 10 del mismo libro: "construir un triángulo isósceles que tenga los dos ángulos de la base doble del otro ángulo", que, como reconoce el Escolasta (173), es una solución pitagórica, y también la proposición 11 del L. II y la proposición 30 del L. VI, en las que se estudia la división de una recta en media y extrema razón. Ahora bien, lo importante de todo ello es que en la intuición geométrica del problema está, como afirma Heath, presente el pentagrama, como lugar geométrico de cinco puntos de la circunferencia, que limitan los lados del pentágono y los lados iguales de los cinco triángulos isósceles, que, entrelazados, dieron lugar al nombre de "pentalfa", así como los puntos por los que dichos lados quedan divididos en media y extrema razón.

Cuanto antecede lleva a afirmar a Heath que el dodecaedro puede llegar a inscribirse en un círculo y a hallar el centro de éste sin

(170) Se refiere al frag. 4 de Hipaso, tomado de JAMBLICO, V. P., 88 que narra la muerte de Hipaso por haber divulgado la construcción de la esfera de doce pentágonos, divulgación que le hizo pasar por ser su inventor cuando realmente lo fue Pitágoras. Anécdota que vuelve a mencionar Jámblico en su *V. P.*, 246 y en *De Comm. math. sc.*, 25.

(171) También se conservan diversos objetos de forma dodecaédrica de origen céltico.

(172) HEATH, o. c., pág. 160.

(173) Ed. HEIBERG, T. V., pág. 273.

recurrir al complejo y elaborado método que establece Euclides en la proposición 17 del L. XIII, teniendo por base el pentágono radial. Y pese a ello es preciso recordar que el Escolasta en este libro establece: "En este libro, esto es, en el XIII, son descritas las cinco figuras llamadas de Platón, pero que no son de él, porque tres de las anteriores figuras son de los pitagóricos: cubo, pirámide y dodecaedro, y de Teetetes el octaedro y el icosaedro. Tomaron el nombre de Platón por el hecho de que él las menciona en el *Timeo*" (174). Heath apostilla este escolio con estas palabras: "Esta explicación (tomada probablemente de Geminus) podría basarse en el hecho de que Teetetes fue el primero que escribió con alguna extensión sobre los dos últimos sólidos mencionados, ya que fue, probablemente, el primero en construir los cinco de modo teórico, investigar plenamente las relaciones de unos con otros y con la esfera que los circunscribe" (175).

Abundando en la originalidad pitagórica de la pentalfa o pentagrama radial, hay que tener en cuenta que no sólo fue para el pitagorismo objeto geométrico, sino que alcanzó también un importante sentido simbólico. Dos testimonios confirman esta tradición, el de Aristófanes en *Las nubes* y el de Luciano en el diálogo *Pro lapsu*.

Ambas referencias (176) aluden al empleo de la fórmula de saludo ὑγιαίνειν, "gozar de buena salud", que empleaban los pitagóricos en lugar de la tradicional χαίρειν o de la más protocolaria εὖ πράττειν. Luciano explica que esta fórmula estaba derivada del nombre con que era designado el pentagrama, a saber, ὑγίεια, independientemente de que también, algunos, dice Luciano, llamaron a la tetractis "principio de salud" (ὑγιείας ἀρχήν), en cuyo nombre, como ya hemos dicho, se juraba.

Esta tradición que confirma Luciano, atribuye a los pitagóricos la teorización del pentagrama, que más que una forma de saludo debió ser un modo de identificación, es decir, que el pentagrama era usado como emblema.

Sobre el porqué de la elección de esta fórmula de saludo se han establecido varias hipótesis, siendo la más verosímil, a nuestro jui-

(174) Ed. c., T. V., pág. 654.
(175) HEATH, o. c., pág. 162.
(176) Cf. la escolia al vers. 609 de *Las nubes* y el diálogo citado de Luciano, ed. JACOBITZ, vol. 1, págs. 447-48.

cio, la que se apoya en el carácter de armonía que para el pitagorismo tenía la salud, sobre todo, como refiere el propio Luciano, cuando la "salud" alude al alma antes que al cuerpo.

Sería tautológico que nos apoyáramos ahora en el carácter pitagórico del pentagrama, para demostrar que el dodecaedro fue, de alguna manera, estudiado originariamente en la primitiva escuela de Pitágoras, ya que nos hemos servido hace un momento de los testimonios que atribuían al pitagorismo el estudio del dodecaedro, para presuponer pitagóricamente la teorización del pentagrama. Ahora bien, es claro que ambos estudios están estrechamente unidos, en cuanto que la pentalfa está presupuesta en la construcción del pentágono, del cual es preciso partir para la construcción del dodecaedro. Luego, si antes nos apoyábamos en los testimonios que atribuían el estudio de éste a los pitagóricos, para dar como pitagórica la teorización del pentagrama, es claro que el dodecaedro fue descubierto, como figura geométrica teorizable, por el pitagorismo antiguo.

A confirmar todo ello viene la leyenda de Hipaso que narra Jámblico (177) y que no sólo denuncia la delación de éste, sino que cifra también en ella la difusión de la geometría por toda Grecia y el hecho de que otros autores, más o menos ajenos a la escuela, como Teodoro de Cirene e Hipócrates de Quíos, pudieran atribuirse el título de Creadores de dicha ciencia.

Todas las doctrinas matemático-geométricas de la primitiva escuela pitagórica culminan en el teorema que lleva el nombre del Maestro, en cuya teorización se conjugan el fundamento pitagórico del estudio del número, es decir, su definición espacial, los métodos descriptivos geométricos y las especulaciones puramente matemáticas.

El teorema era conocido desde muy antiguo por egipcios y babilonios en el caso concreto de los números 3, 4 (catetos), 5 (hipotenusa). Tomando este caso como punto de partida, lo cual hizo el pitagorismo primitivo, es preciso entender que el teorema de la hipotenusa no se planteó como tal en la escuela pitagórica. La cuestión era encontrar grupos de tres números enteros, que satisficieran la ecuación :

(177) Cf. V. P., 88 y 247. Cf. la nota de M. TIMPARARO, o. c., vol. 1 págs. 87-92, al frag. 4 de Hipaso, que incluye ambos textos de Jámblico, quien argumenta muy acertadamente contra la tesis de FRANK, en la obra ya citada.

$$z^2 = x^2 + y^2$$

los cuales números era sabido, ya por los agrimensores egipcios, que correspondían a los catetos y la hipotenusa de un triángulo rectángulo.

Confirma ésto el hecho de que la solución que como pitagórica consigna Teón de Esmirna no está en modo alguno en relación con la ofrecida por Euclides.

Los pitagóricos sabían por la construcción de los números poligonales que el gnomon de dos cuadrados sucesivos, n^2 *y* $(n + 1)^2$, eran $2n + 1$, es decir, que partiendo del cuadrado n^2, que era representado por un cuadrado que tenía n puntos de lado, para formar el cuadrado de $n + 1$ era preciso añadir $2n + 1$ puntos al cuadrado n^2.

Esto sabido fue fácil determinar la suma de dos cuadrados, pues era suficiente para ello suponer que uno de los sumandos era el gnomon. Así, si $x = m$ y $m^2 = 2n + 1$, resulta que el otro sumando y la suma eran dos cuadrados sucesivos, pues en la ecuación que nos preocupa $x^2 = z^2 - y^2$, y supuesto que $x^2 = 2n + 1$, resulta que $y^2 = n^2$ y $z^2 = (n + 1)^2$.

Pero en $2n + 1 = m^2$ tenemos que:

$$n = \frac{m^2 - 1}{2}, \text{ y } n + 1 = \frac{m^2 - 1}{2} + 1 = \frac{m^2 + 1}{2},$$

luego sustituyendo tenemos que $\left(\frac{m^2 + 1}{2}\right)^2 = m^2 + \left(\frac{m^2 - 1}{2}\right)^2$, siendo m un número impar cualquiera.

Pero independientemente de esta solución aritmológica que Teón de Esmirna revela como la solución pitagórica a la cuestión propuesta, el teorema de Pitágoras tuvo en el pitagorismo primitivo su representación geométrica, que, incluso, es posible fuera anterior y sirviera de base a la solución matemática (178).

No entraremos en la justificación de la originalidad pitagórica del teorema de la hipotenusa, ya que juzgo está fuera de toda duda, pero sí señalaré la importancia que tiene como testimonio la estátera de Melos, que estudiaron Lascaris y Guadán (179) para reconstruir

(178) Cf. J. WIPPER, 46 *Beweise des Pythag. Lehrsatzes*, Berlín 1911; W. LIETZMAN, *Der Pythagoriche Lehrsatz*, Leipzig 1912.

(179) Cf. el artículo ya citado de estos autores en "La Ciudad de Dios" (n.º 169, págs. 73-89) en donde se encontrarán las referencias a la catalogación de esta moneda.

la existencia de un núcleo pitagórico en dicha isla a principios del siglo V.

Una de sus caras representa un caso particular del teorema, a saber cuando la hipotenusa es la diagonal del cuadrado, caso en el cual $s = \sqrt{2}$ Sabido es que esto supuso el enfrentamiento con los números irracionales, lo que nos permite afirmar con Milhaud (180) "los pitagóricos han conocido los irracionales". Es éste un hecho capital. Eudemo dice claramente (comentario de Proclo): 'Es a Pitágoras a quien se debe el descubrimiento de los irracionales'. ¿Cómo llegaron a ello? Quizá, como piensa Cantor, intentando simplemente calcular la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos lados del ángulo recto fueran iguales a la unidad: ello pudo hacer suponer, después de ensayar los números comprendidos entre 1 y 2, que no existía ninguno que pudiera medir la hipotenusa. En todo caso es esto lo que demostró y ésto no es solamente una hipótesis. Aristóteles nos dice que la demostración pitagórica está fundada sobre el hecho de que un mismo número no puede ser a la vez par e impar. Pues justamente una de las demostraciones de Euclides se apoya sobre el mismo hecho". En efecto, el Apéndice 27 del L. X, trata de demostrar que la diagonal del cuadrado es incomensurable con relación al lado y emplea para demostrarlo dicho argumento.

X

La música en el pitagorismo primitivo

No hemos agotado, ni mucho menos, los logros alcanzados por la logística en la primitiva escuela pitagórica. Tampoco era éste nuestro propósito. Para cumplir con él creemos que es suficiente lo expuesto.

Ahora bien, es imprescindible que estudiemos, aunque sea brevemente, qué significó la música en el pitagorismo y en qué medida estaba relacionada con el número.

Para abordar el tema con cierta profundidad, sería preciso partir del grado de desarrollo que la música había alcanzado en Grecia,

---

(180) G. MILHAUD, *Les philosophes géomètres de la Grèce*, Paris 1934; pág. 94. Sobre el sentido y valor de lo irracional en Grecia, que parece algo tan opuesto a su cultura, cf. la obra de E. R. DODDS, *Los griegos y lo irracional*, Madrid 1960.

en tiempos de Pitágoras. A este aspecto de la cuestión no podemos ni asomarnos y sólo haremos remitir al lector a la magnífica obra de Salazar (181).

Una serie de nombres, enlazados entre sí por relaciones de maestro a discípulo, señalan los hitos de ese desarrollo técnico de la música griega. Lasos de Hermione, que abrió escuela en Atenas en las últimas décadas del siglo VI y que pasó, para muchos autores, como Teón de Esmirna, como pitagórico, representa ya una cima considerable en dicha panorámica. Lasos fue discípulo de Agatocles y condiscípulo de Midas, de cuya filiación proceden los más importantes técnicos de la música griega.

Ahora bien, el concepto de técnica en Grecia incluía dos aspectos importantes, el primero la *gnosis*, que podríamos definir como explicación del fenómeno musical, y el segundo *praxis*, que suponía la realización práctica del arte. Claro que no es lícito jugar con el sentido que Platón, fundamentalmente en la *República*, concede a estos conceptos, tratando de descubrir su valor en el pitagorismo primitivo.

El pitagorismo primitivo conoció y, permítaseme la expresión, utilizó la música en todas sus acepciones. En primer lugar, atendió a la praxis musical como ejercicio, el más apto para alcanzar la paz del espíritu. En este sentido el testimonio de Jámblico es importante: "Considerando que para los hombres es primero el cuidado aplicado por medio de la sensación, si uno contempla formas y figuras bellas y oye ritmos y cantos hermosos, estableció (Pitágoras), en primer lugar, la educación por medio de la música (182), por medio de ciertos cantos y ritmos" (183). "Sostenía (Pitágoras) también que la música contribuye en gran manera a la salud, si uno se sirve de ella de acuerdo con unos modos convenientes. En efecto, no solía utilizar tal purificación de manera accesoria, pues da, también, a éste el nombre de tratamiento. En primavera tocaba una canción determi-

(181) A. SALAZAR, *La música en la cultura griega*. El Colegio de México. México 1954. Salazar recoge muy acertadamente las sugerencias de Jaeger en su *Paideia* (ed. c.), sobre el sentido y valor de la música.

(182) No hacemos cuestión disputada de la afirmación de Jaeger de que la incorporación de la música al *quadrivium* clásico, fuese obra de los sofistas y que antes de ellos ésta, la música, fuese sólo un arte puramente mecánico. Por otra parte el aspecto que el pitagorismo destacó de la música es intermedio entre la *gnosis* y la pura *praxis*.

(183) *V. P.*, 64.

nada; mandaba sentar en el centro a alguien que tocaba la lira y los que podían cantar se sentaban en círculo, y así, mientras tañía aquél con el plectro, cantaban juntos algunos peanes, por medio de los cuales parecían alegrarse y ser armoniosos y cadenciosos.

"Utilizaban la música en función de la medicina también en otro tiempo, y algunos cantos eran creados contra los sufrimientos del alma, contra las inapetencias y los dolores, cantos que juzgan son los más favorables; y por el contrario otros contra la ira, contra las pasiones y contra todo cambio de un alma concreta. Utilizaban también danzas. Utilizaban la lira como instrumento; pues sostenía (Pitágoras) que las flautas tenían el sonido insolente, pomposo y de ningún modo noble. Usaban, también, palabras escogidas de Homero y Hesiodo para la corrección del alma" (184).

Ahora bien, este aspecto de la música en la escuela pitagórica es sólo una parte del papel que desempeñó. "Los pitagóricos, a quienes realmente es difícil considerar como filósofos, en el concepto con que se nos aparece este vocablo, fueron los primeros en demostrar preocupación por las relaciones que observaban entre los sonidos entre sí, que podían haber sido notadas ya desde largo tiempo atrás, pero sobre cuyo fenómeno no se había especulado todavía" (185).

Este otro aspecto del papel de la música en los estudios pitagóricos es el que más nos interesa resaltar. La música fue una realidad más a la que era aplicable el número, pero al mismo tiempo la música contribuyó al desarrollo del estudio del número (186). En este sentido hemos de referirnos a tres momentos del despliegue de la teoría música pitagórica, a saber, a la inicial aplicación del número a la música en el pitagorismo primitivo, al desarrollo de esta aplicación en Filolao y a la conversión de este estudio en teoría musical, con Aristoxeno.

Entrar en la discusión de las fuentes que atestiguan el origen de la intuición de la expresión numérica de las relaciones sonoras, nos llevaría demasiado lejos. Pero son tantos y tan variados los testimonios que fue Pitágoras el creador de la acústica, que considero más

(18)4 *Idem*, 110-111.
(185) SALAZAR, O. c., pág. 123.
(186) Cf. TANNERY, *Du rôle de la musique grecque dans le développement de la mathématique pure*; en: "Bibliotheca mathematica", serie III, 3, 1902, págs. 161-165.

importante el delimitar en qué consistió tal intuición, que el discutir la legitimidad de dichos testimionios.

De acuerdo con Van der Waerden (187) creo que es preciso atribuir a Pitágoras el descubrimiento del intervalo de cuarta, de quinta y de octava en base a las cuerdas *alta, baja,* y *tercera,* de la lira, bien porque atribuyera a dichas cuerdas los valores absolutos 12, 8 y 6, como parece deducirse del frag. A24 de Filolao, que consideraremos más adelante, o porque jugara con las proporciones dadas en los números integrantes de la Tetractys, como establece el frag. B6 del mismo autor, ya que ambas cosas se reducen a una por *analogía.*

Y es que es preciso destacar que el sentido de este hallazgo radica en la posibilidad de reducir a un λόγος, es decir, a una relación numérica, las realidades sonoras (188).

En el primer caso, los intervalos vienen definidos de la siguiente forma:

$$8.^a = \frac{12}{6} \;;\; 5.^a = \frac{12}{8} \;;\; 4.^a = \frac{8}{6}$$

tomando el 6, es decir, la *baja,* como primera nota de la gama.

Pero las anteriores relaciones pueden reducirse a las siguientes:

$$\frac{12}{6} = \frac{2}{1} \;;\; \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \;;\; \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

en las cuales están integrados los números componentes de la Tetractys.

Con el establecimiento de la comensurabilidad de los sonidos emitidos por las distintas cuerdas de la lira, daba origen el pitagorismo a un modo nuevo de establecer la *gnosis* musical. Pero a nosotros, más que seguir las complejidades de la doctrina musical derivadas del pitagorismo, nos interesa el establecimiento de las proporciones aritmológicas, que, a partir de esta intuición, desarrollaron sus inmediatos sucesores.

En el frag. B6 de Filolao, al cual ya nos hemos referido en la nota 115, encontramos elementos sobrados para probar la importan-

(187) *Die Harmonielehre der Pythagoreer*; en: "Hermes" n.º 78 (1943), págs. 163-199.

(188) La pervivencia de la acepción la patentiza Euclides (L. V, def. 3) al definir: "λόγος es cualquier relación entre dos magnitudes del mismo género según su cantidad". Y cuando dos magnitudes tienen la misma razón las define Euclides (L. V, def. 6) como *analógicas.*

cia que alcanzó en la escuela dicho modo de expresar la realidad. En la primera parte de este frag. dice Filolao: "En torno a la naturaleza y a la armonía (189) las cosas están así: la substancia de las cosas, que es eterna, y la naturaleza misma exigen un conocimiento divino, no humano; sería imposible de otra manera que algunas cosas existentes llegasen a ser conocidas para nosotros, si no hubiese como fundamento la substancia de las cosas que forman el cosmos, esto es, lo determinado y lo indeterminado. Pero, porque los principios son esencialmente no semejantes entre sí ni homogéneos, sería imposible crear con ellos un cosmos, si no hubiese intervenido la armonía, de cualquier modo que haya tenido origen. Ciertamente, las cosas semejantes y las homogéneas no habrían tenido necesidad alguna de armonía; pero las desemejantes y las heterogéneas o de series diversas tienen necesidad de estar acopladas por un tal género de armonía, por la cual pueden permanecer unidas en un cosmos". Es decir, en otras palabras, *lo que es* constituye un cosmos, gracias a que existe en su diversidad y oposición una armonía. Es precisamente esa condición de cosmos lo que permite al hombre conocer *lo que es*. Pero, si esto *que es* no precisase de la armonía para constituir un cosmos, porque fuera de suyo homogéneo, que es tanto como decir uno, resultaría incognoscible para el hombre. Así, pues, el fundamento último de la cognoscibilidad humana está en el carácter heterogéneo y vario de la realidad; hetereogeneidad y variedad que se aunan y conjuntan en una armonía ontológica, que se deja expresar en una analogía, exactamente igual que sucede con los sonidos producidos por las distintas cuerdas de la lira.

Aunque no puede afirmarse que el anterior texto continuara originariamente en lo que hoy le sigue, no cabe duda que este concepto de armonía cósmica está basado en la intuición, que sirvió para expresar la comensurabilidad de los sonidos en lenguaje matemático (190). La segunda parte del texto dice así: "La grandeza armónica

(189) En este punto del texto la palabra armonía (ἁρμονία) tiene el sentido de acuerdo o conjunción concordante, como el verbo ἁρμόξειν del frag. B1, que completa el sentido de lo dicho.

(190) Resaltemos que el sentido de este ragmento está en que, para el pitagorismo, la posibilidad del conocimiento de la esencia de las cosas radica en que sean éstas reducibles a una expresión matemática. En esto consiste su "lógica", la cual sólo es posible en la pluralidad.

(191) está formada por los intervalos de cuarta y de quinta; la quinta es mayor que la cuarta en un tono. En efecto, de la cuerda *más alta* a la *media* hay una cuarta; de la *media* a la *última* hay una quinta; además, de la *última* a la *tercera* hay una cuarta y de la *tercera* a la *más alta* una quinta (192). El intervalo entre *media* y *tercera* es de un tono. La cuarta está expresada por la relación del epítrito (4 : 3), la quinta por la del hemiolio (3 : 2), la octava por el duplo (2 : 1). Así, la escala armónica comprende cinco tonos y dos semitonos menores; la quinta tres tonos y un semitono menor; la cuarta dos tonos y un semitono menor''. Es claro que en este frag. Filolao no ha hecho sino agotar las posibilidades de la intuición del Maestro, jugando exclusivamente con los números componentes de la Tetractys.

Sin embargo, en el frag. A24 de Diels, tomado de la *Aritmética* de Nicómaco, se nos dice: ''Algunos piensan, siguiendo a Filolao, que la media 'armónica' tenía este nombre porque acompaña a toda armonía geométrica; y armonía geométrica se llama al cubo, por el hecho de que resulta compuesto de un número repetido tantas veces en sí mismo y después otras tantas según las tres dimensiones. Pues en todo cubo se da esta media; porque los lados de todo cubo son doce, los ángulos ocho, las caras seis; y en la media armónica ocho es media entre seis y doce''. Encontramos aquí los números que sirvieron, según otros testimonios, para establecer la longitud de las cuerdas de la lira y que determinaron la posibilidad de mensurar los sonidos por ellas emitidos, como ya hemos visto. Pero además se da por supuesto ya, en la tradición de Filolao, el establecimiento de las proporciones a partir de los números que mensuran los sonidos armónicos.

En el famoso frag. 47 de Aristóteles, según Rose (193), llamado fragmento musical, se nos dan unidas ambas versiones apuntando así su idéntico origen: ''Que la armonía es algo venerable, divino y grande lo afirma Aristóteles, discípulo de Platón, de este modo:

(191) En este segundo momento la palabra armonía significa técnicamente la octava, y en sentido amplio el acorde musical. Pero es indudable la importancia que tiene el empleo ambiguo del término en los dos momentos citados del texto.

(192) Es claro que está midiendo los intervalos de la lira de cuatro cuerdas.

(193) Este frag. está tomado del *De musica*, c. 22, de PLUTARCO.

'La armonía es celestial (194), porque tiene una naturaleza divina, bella y propia del espíritu; siendo por naturaleza una potencia cuatripartita, tiene dos medias, aritmética y armónica; y sus partes, su grandeza y los respectivos intervalos, se manifiestan según el número y la equivalencia, porque las modulaciones se disponen rítmicamente en dos tetracordios'. Estas son sus palabras textuales. Decía, además, que el cuerpo de ésta (la armonía) se ha formado de partes desemejantes, pero armónicas entre sí; y que también las medias forman, con ella, consonancia según la razón aritmética (y la armónica). Que la nota más aguda, armoniza con la más grave según la razón doble (2 : 1), que forma la consonancia de octava, pues, como hemos dicho al principio, tiene la *última* de 12 unidades y la *alta* de 6; la *segunda* armoniza con las *altas* según la relación del hemiolio (3 : 2), de 9 unidades; en cuanto a la *media* hemos dicho ya que tiene 8 unidades. Mediante estos números resultan constituidos los intervalos fundamentales de la música: la cuarta, que corresponde a la relación del epítrito (4 : 3); la quinta, a la relación del hemiolio (3 : 2); la octava que está en razón doble (2 : 1); y comprende también la relación del apogdo (9 : 8), que corresponde al intervalo del tono. Ahora bien, cada una de las partes de la 'armonía' superan y son superadas respectivamente una por la otra por el mismo exceso, ya según la diferencia aritmética, ya según la razón geométrica. Aristóteles muestra que tales excesos tienen los siguientes valores: la *última* (12) supera a la *media* (8) en la *tercera* parte de sí misma (4), y la *alta* (6) es superada por la *media* (8) en una parte análoga de sí misma (2); porque así tiene lugar el exceso en la grandeza proporcional, esto es, que las partes superan y son superadas por la misma parte alícuota; y tal es el exceso armónico. Según la relación aritmética (Aristóteles) muestra que la *última* (12) supera a la *segunda* (9) en una parte igual a aquella por la cual la *segunda* (9) supera a la *alta* (6) (es decir: 12 — 9 = 9 — 6)".

Pero cuanto aquí dice Plutarco que afirmaba Aristóteles, estaba ya dicho por Arquitas en su frag. 2, según Diels, tomado de Porfirio *In Ptol. harm.* (ed. DÜRING, pág. 92). Este frag. comienza así:

(194) Aquí debe entenderse el término armonía en el doble sentido de concordancia cósmica y octava musical. Y no podemos dejar de poner en relación el mismo con lo que afirma Porfirio (*V. de P.*, 30) de que "Pitágoras oía la armonía del universo, esto es, percibía la universal armonía de las esferas y de los astros moviéndose con aquellas". Es decir, con el concepto de *música celestial*.

"Hay tres medias (proporciones) en la música; una es la aritmética, segunda la geométrica, tercera la subcontraria, que llamamos armónica". Arquitas define la primera de las tres proporciones con estas palabras: la primera, cuando tres términos (ὅροι) presentan análogamente (ἀνὰ λόγον) la diferencia siguiente, tanto cuanto el primero excede al segundo, tanto sobrepasa el segundo al tercero. Así, la media aritmética en la octava es 9, pues se da:

$$12 - 9 = 9 - 6$$

En esta proporción el intervalo (διάστημα) de los números mayores es menor que el de los menores:

$$\frac{12}{9} < \frac{9}{6}$$

La segunda la define como aquella en la que se da que el primer término es al segundo como el segundo es al tercero:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

En ésta se da que el intervalo de los términos mayores es igual al de los términos menores. La media geométrica no divide la octava, pues, como puede deducirse del frag. A19 de Arquitas, la octava es una unidad y la unidad no puede dividirse nunca en dos partes iguales (195).

La proporción subcontraria o armónica, Arquitas la define con estas palabras: cuando los términos están entre sí de esta forma: de cuanto parte de sí el primero supera al segundo, de cuanto parte del tercero el medio supera al tercero:

$$(a - b) : a = (b - c) : c$$

Tomando los valores absolutos de la octava, 12 y 6, como extremos de la proporción, el valor de la media proporcional es 8:

$$\frac{12 - 8}{12} \qquad \frac{8 - 6}{6}$$

La media aritmética y la media armónica dividían, pues, a la octava en los valores absolutos de las cuerdas de la lira, que producían el intervalo de cuarta y de quinta. Con lo cual Arquitas daba expresión logística completa a la intuición inicial de Pitágoras (196).

(195) Cf. el amplio frag. del *De musica* de BOECIO (III, 11), que compone el frag. A19 de Arquitas y el interesante comentario de la ed. de TIMPANARO.

(196) Complétese lo expuesto con lo dicho anteriormente en la pág. 70.

Ahora bien, para atribuir al pitagorismo primitivo la inicial intuición de la acústica y su estructuración en un cuerpo doctrinal, es preciso tener en cuenta lo que Salazar en precisas palabras, expone: "El ejercicio matemático del alma en que, para Leibniz, consiste la Música (como toda otra percepción sensible) es, sin duda, una actividad subconsciente que algunos talentos pueden, por vía de inducción, reducir a fórmulas. Así Pitágoras, entre los primeros de la historia. Pero este análisis es una operación tan compleja que apenas puede admitirse que la doctrina de Pitágoras, tal como la conocemos por sus discípulos, haya sido, desde el comienzo, obra de un solo hombre. Si Pitágoras no es una entidad mítica como Homero, también habría recogido, como éste, el fruto de experiencias tal vez seculares, que él habría coordinado en un cuerpo teórico" (197).

Los progresos en la acústica realizados por el pitagorismo tuvieron gran repercusión en la técnica musical, aunque no pueda asegurarse que todas las escuelas musicales que pasaron por pitagóricas, recibieron este título por filiación de sus maestros a la secta, sino que esta denominación les vendría, más bien, por haber aprovechado, de alguna forma, las enseñanzas de la escuela.

Enseñanzas que, fuera como fuese, tuvieron un extraordinario influjo. Y, aunque sea este punto el que menos nos importa para nuestro tema, es preciso que recojamos dicha influencia en un momento importante de su desarrollo, para comprender la huella que dejó.

Así, la división de la técnica musical de Aristoxeno nos muestra hasta qué punto influyó en ella la concepción pitagórica (198). La parte teórica de la enseñanza de la música alcanzó, con el discípulo de Aristóteles, tal importancia que se desligó definitivamente de la práctica artística, incluso de aquellos aspectos más teóricos de dicha praxis, lo cual suponía llevar a sus últimas consecuencias la preocupación nacida en el pitagorismo.

En Arístides Quintiliano (siglos I-II), por ejemplo, alcanzó su cumbre esta concepción, pues la parte especulativa de la técnica musical estaba integrada por dos secciones, la física (φυσικόν), que com-

(197) O. c., págs. 567-68.
(198) Cf. la extraordinaria obra de L. LALOY, *Aristoxène de Tarente et la Musique de l'Antiquité*, Paris 1904.

prendaí la aritmética y la física del sonido, y la técnica, que comprendía las tres disciplinas teóricas de Aristoxeno (armónica, rítmica y métrica), en la primera de las cuales se estudiaba la matemática de los intervalos.

Pero, repitamos, que es esto lo que menos interesa a nuestro tema. Lo que más nos importa es destacar que el estudio del número, en cuanto expresión de lo que las cosas son, no se agotó en la concepción mítico-metafísica, ni siquiera en el estudio de sus posibilidades logísticas, sino que progresó hasta fundar una "lógica" de la realidad, según la cual ésta venía expresada en relaciones (analogías) numéricas, la cual concepción formó la base de la lógica griega.

Tenía, pues, razón Aristóteles cuando afirmaba que los pitagóricos consideraban que "el Cielo todo entero es armonía y número" (199). Juicio que perduró, a través de Teofrasto, en los doxógrafos; así Aecio afirmaba: "Pitágoras, hijo de Menesarco, de Samos, el primero que había llamado a la filosofía con tal nombre, pone como principios los números y sus relaciones, que llama armonías" (200).

XI

Valor y sentido de la filosofía pitagórica

No entramos en el rastreo de las primeras concepciones pitagóricas en el campo de la astronomía y de la física, porque ello no nos ampliaría el horizonte descrito de los "estudios" pitagóricos y nos complicaría en precisiones complejas. La astronomía y la física, en la medida que estos estudios pueden ser aplicables al primitivo pitagorismo, no fueron sino aplicaciones de los principios establecidos, a saber, el número y la analogía.

Tannery, que dedicó gran parte de su vida al estudio de la ciencia en la antigüedad (201), destacó los valores científicos de las doctrinas pitagóricas. Es lástima que su investigación quedara frag-

(199) *Metafísica*, I, 5; 986a 3; Cf. nota 106.
(200) AECIO en ESTOBEO, *Ecl.*, 1, 10, 12.
(201) Los artículos publicados por él, de 1876 a 1913, fueron editados por Heiberg y Zeuthen bajo el título de *Memoires scientifiques*, de las cuales nos importan fundamentalmente los vols. I-III que llevan el título general de *Sciences exactes dans l'antiquité*.

mentaria, algunas veces contradictoria, y no dedicara al pitagorismo un estudio de conjunto buscando, no ya la originalidad de los problemas particulares, sino el sentido total del estudio matemático en la escuela pitagórica.

Partió del supuesto de que para los pitagóricos ''las cosas son número'', razón por la cual consideró que los argumentos de Zenón irían a invalidar dicha concepción pitagórica, en base a que los cuerpos son suma de puntos. El maestro de éste, Parménides, recibió la influencia del pitagorismo, pero atacó su doctrina cosmológica en la segunda parte de su poema; en cuanto a las puras doctrinas matemáticas pitagóricas no fueron conocidas por él. Sostuvo también que no existió, propiamente, una física pitagórica.

Pero lo que nos importa destacar de la obra de Tannery, que intentaba reconstruir la historia de la matemática a partir del resumen de Eudemo, es la importancia concedida a Pitágoras y el primitivo pitagorismo como creador y fundador del primer desarrollo de la matemática y de la geometría en el mundo griego. Hasta tal punto es esto así que afirmó (202) que en el siglo V un grupo de pitagóricos debió publicar un resumen de la geometría de su tiempo, semejante al que se hizo clásico con Euclides. Igualmente atribuyó al pitagorismo antiguo (203) el inicial estudio de las órbitas descritas por los astros.

Repitamos que su mérito fue el detectar los valores matemáticos, geométricos y astronómicos de la doctrina pitagórica, pero con ello, si bien es cierto que salvaba los valores científicos de una doctrina mítica, también lo es que no agotaba así su significación.

De Vogel, por su parte, a muchos años de perspectiva de la obra de Tannery, trata de caracterizar el estudio de la ciencia matemática pitagórica, frente al que alcanzó con Platón. Y es preciso reconocer muy interesante su punto de vista. Para Platón, nos dice De Vogel, la matemática, entendiendo por tal las cuatro clásicas disciplinas, significó una ''catarsis'' introductoria, preparatoria para alcanzar la contemplación de la realidad divina; mientras que para Pitágoras el estudio del número supuso la contemplación directa de esa ''Realidad divina'': ''Para Pitágoras el número era el principio de un orden divino en el Universo. Por esta razón, el estudio del

(202) *La Géomètrie grecque*, Paris 1887.
(203) *Recherches sur l'Astronomie ancienne*, Paris 1894.

número y sus leyes era la contemplación inmediata de la Ley divina, por la cual todas las cosas se mantienen unidas y a la cual las cosas de la naturaleza deben su existencia y su esencia, y a la que el hombre está, igualmente, sometido en su pensamiento y en su vida. Básicamente, entonces, este estudio se colma a sí mismo con secretos sagrados. Es, por tanto, una especie de iniciación a la que solamente pueden tener acceso aquellos que han sido preparados interiormente. De aquí la orden de silencio, que era grave pecado transgredir" (204).

Esta preparación a la que alude De Vogel era, indudablemente, la acusmática, que adecuaba al hombre, espiritualmente, para recibir la revelación de lo que la realidad es en su esencia última, a saber, una manifestación de la divinidad: "Para Pitágoras el estudio de las matemáticas no era una preparación para la contemplación de una Realidad divina, era la contemplación misma. Ello presupone una purificación del alma, más bien que realizarla. La contemplación de la Ley divina, que era el contenido del estudio de las matemáticas, era un contacto directo con la Realidad divina: la Divinidad inmanente en el cosmos" (205).

En esto se diferenció la concepción pitagórica de la platónica, pues Platón trivializó, minimizó —las expresiones son mías— la concepción pitagórica del número, haciéndola como un preámbulo, como un introito a un ámbito más hondo de la realidad, que reducía el mundo material, de ser, en el pitagorismo, expresión del ser de la Divinidad, a un pálido y desvaído reflejo de esa otra ultimidad divina, que fue el "mundo" de las ideas: "El (Platón) adoptó la noción pitagórica de que el número es principio de orden en el cosmos y en la vida, pero el número como tal no es todavía para él algo divino (θεῖον). Esto apunta a un Número puramente inteligible que es la "Forma" (εἶδος) —un principio de orden de las cosas no inmanente, sino un Ejemplo transcendente—. Esta es la diferencia básica entre la doctrina pitagórica del número y la teoría de las Formas de Platón. La filosofía de Platón es una metafísica del orden transcendente, la filosofía pitagórica es una metafísica del orden inmanente" (206).

(204) O. c., pág. 196
(205) Idem, pág. 197.
(206) O. c., pág. 197.

Estas últimas palabras tienen gran importancia, pues ¿qué significa que la sabiduría pitagórica fuese una metafísica del ordén inmanente?

Hablar de una metafísica del orden inmanente, cuando en el horizonte de esa misma metafísica no ha llegado a vislumbrarse un orden transcendente, carece de sentido. No creo, aunque el esclarecimiento de Vogel sea válido, que pueda interpretarse el problema en estos términos, sino que se trata, más bien, de algo más originario e ingenuo: de un optimismo vital, de una concepción eufórica del mundo sensible (207), según la cual el mundo de las cosas materiales es digno y adecuado al ser de la divinidad. La concepción matemática del pitagorismo es, en mi concepto, una consecuencia de su inspiración dionisíaca, en la cual se daba una *comunión* entre el mundo material y el dios, hasta el punto de hacerlo digno habitáculo de él.

No es este el momento de entrar en cuestión tan intrincada, aunque espero hacerlo algún día, pero, ciertamente, vivimos de una concepción de la filosofía presocrática, que tuvo su origen en Nietzsche y la filosofía histórica del siglo XIX, y esa concepción estableció que el mundo presocrático, en su totalidad, como "mundo coherente", que diría Nietzsche, nació del optimismo dionisíaco, el cual se quebró con Platón, quien inauguró una dimensión nueva del pensar griego. Nietzsche, no ya en *El origen de la tragedia,* que plantea el problema en términos muy amplios, sino en *La filosofía en la época trágica,* que trataba de exponer, como diría en un proyecto de 1872, "el nacimiento de la tragedia considerado bajo otro aspecto" (208), no incluye el nombre de Pitágoras entre aquella pléyade de genios (209), y sólo se refiere a él cuando piensa hablar de la transmigración de las almas.

(207) Y entiéndase que vengo hablando del mundo material, del mundo sensible y no del mundo físico, porque éste, el mundo físico, en el sentido que la palabra tuvo en Grecia, es el mundo único, distinto del cual no existe otro; incluso los dioses eran en él.

(208) *Obras completas,* trad. de Eduardo Ovejero, Aguilar, Buenos Aires 1947, vol. I, pág. 389. Nietzsche emprendió la redacción de *El origen de la tragedia,* en 1869 y desde esa fecha le preocupó el tema de los filósofos preplatónicos, como una comprobación más de su idea originaria. Hizo distintos proyectos del libro y redactó trozos de él, aunque no llegó a terminarlo.

(209) "Cualquier pueblo se avergonzará cuando se enfrente con aquella pléyade tan maravillosamente idealizada de la filosofía, cual es la de los viejos maestros Tales, Anaximandro, Heráclito, Parménides, Anaxágoras, Empédocles, Demócrito y Sócrates. Todos aquellos hombres son caracteres de una pieza. Su pen-

Para Nietzsche los filósofos preplatónicos representaban el "fondo" de lo griego, pero no supo ver en el fondo de ese "fondo" el pensamiento de Pitágoras, aunando la religiosidad de la Magna Grecia y el espíritu apolíneo de las colonias del Asia Menor, representó una de las más primigenías dimensiones del filosofar griego.

Quizá esto fuera así, porque el siglo XIX quiso hacernos pensar, como dice De Vogel (210), que Pitágoras fue un ser mítico y que las concepciones que se le atribuaín no pasaron de ser vanas supersticiones. Pero hoy, no solamente podemos alcanzar una clara imagen de quién fue Pitágoras, sino también de los valores científicos de su concepción, originariamente mítica. Nietzsche se preocupó de descubrir las huellas dejadas en el pensamiento presocrático por la tradición dionisíaca y los mitos órficos, sin darse cuenta de que esa tradición tuvo un intérprete genial en Pitágoras y en su teoría del número.

La fundamental diferencia de la teoría pitagórica frente a la platónica y frente a todas las otras teorías presocráticas, en la medida en que no están influenciadas por el pitagorismo, radica, a mi juicio, en su originalidad dionisíaca. Es decir, la diferencia está en que el saber presocrático se caracterizó por su inspiración apolínea (211), la que, en definitiva, triunfó (212).

En ella el orden del λόγος, de la razón, de la sabiduría es distinto y separado del mundo material, del mundo de los sentidos,

---

samiento está ligado a su carácter por una estricta necesidad. En ellos no existe afectación alguna, porque entonces no se había formado ninguna casta académica. Todos vivían en grandiosa soledad, como los únicos que entonces cultivaban el conocimiento. Todos poseyeron la virtuosa energía de los antiguos, por la cual sobrepujaron a todos los posteriores, de encontrar su propia forma y exaltarla hasta lo más fino y lo mls grande por metamorfosis. Pues no vino en su ayuda ni en su alivio ninguna moda. Y así formaron lo que Schopenhauer llamó, en oposición a la república de sabios, una república de genios: un gigante llama a otro a través del desierto de los tiempos, y sin ser molestado por un pueblo de enanos, que son dispersados a su paso, continúa aquel ingenioso diálogo" *(O. c.,* vol. I, pág. 325). Pese a ésto Nietzsche ha sido quien inició el estudio de las fuentes del pitagorismo, al hacerlo de las de Diógenes Laercio, cf. *De Laertii Diogenis fontibus,* en "Rhein. Museum", XXIV, 1869; y siguieron el ejemplo grandes amigos suyos, como Rohde; cf. V. CAPPARELLI, *La sapienza di Pitagora,* vol. I: *Problemi e fonti d'informazione,* Cedam, Padova 1941; c. II, págs. 65 y ss.

(210) O. c., pág. 245.

(211) Quizá Heráclito suponga, hasta cierto punto, una excepción; con este reconocimiento nos acercamos, ¡y cómo no!, al pensamiento de Nietzsche.

(212) Mantenemos el enfrentamiento entre lo apolíneo y lo dionisíaco en el sentido que dio Nietzsche a esas dos fuerzas integradoras de la cultura griega, porque sustituir o modificar estos conceptos supondría realizar un estudio que, como ya hemos dicho, no es ocasión de emprender.

que encubre el primero. Ambos planos, el de la razón (léase divinidad) y el de lo sensible son paralelos y, por lo tanto, imposible de que jamás se encuentren. Precisamente porque esto fue así, el planteamiento metafísico de Aristóteles supuso una originalidad frente al platóncio y, en este sentido, puede decirse que Aristóteles fue más pitagórico que Platón. El concepto aristotélico de νοῦς ποιητικός fue el resultado del gran esfuerzo realizado por el Estagirita por establecer un puente entre ambos planos, que la corriente apolínea del pensamiento había separado, creando entre ellos un abismo tan ancho y profundo, como el que estableciera entre los dioses y los hombres, cuyo sólo intento de transgredirlo era pecado de soberbia.

Por supuesto, que lo dicho no presupone que creamos en un divorcio absoluto entre el pitagorismo y las otras doctrinas presocráticas, ni siquiera con Sócrates, ni aún menos con Platón. Pero ello no porque la inspiración originaria fuera la misma, sino porque las otras doctrinas presocráticas, incluso Sócrates, aunque en menor medida, pero desde luego Platón, sufrieron también la influencia dionisíaca y, sobre todo, la influencia pitagórica. De Vogel ha reconocido y estudiado esto muy acertadamente respecto de Platón (213), sería preciso hacerlo con todas y cada una de las doctrinas mencionadas.

La sabiduría pitagórica presupuso una actitud religiosa y no una ruptura con la religiosidad, que es lo que parece estar a la base de todas las doctrinas presocráticas. En este sentido, esa sabiduría pitagórica puede ser llamada mítica; pero sólo en este sentido, ya que han quedado patentizados sus valores científicos.

La mayor parte de los desprecios o menosprecios inferidos al pitagorismo han nacido de adivinar en él esa actitud, como si no fuera posible que de ella, o por ella, surgiera un pensamiento profundo.

Ni siquiera Jaeger fue capaz de sustraerse a esta concepción, pues él, que se asombra ante la racionalidad de la cosmología de Anaximandro (214), no supo ver (215) la fuerza creadora de hondo

---

(213) O. c., cf. c. VIII, págs. 192 y ss.

(214) "La filosofía es, antes bien, la suprema etapa de una nueva confianza en sí mismo por parte del hombre, bajo cuyos cimientos yace vencido un salvaje ejército de fuerzas tenebrosas. El cosmos de Anaximandro señala el triunfo del intelecto sobre todo un mundo de rudos e informes poderes que amenazan la hu-

pensamiento que anidaba en la mística pitagórica, hija de una devoción extraña, en cierto modo, a la esencia última de lo griego (216).

Pero no podemos acercarnos al tema del sentido de la sabiduría pitagórica, sin referirnos a la anécdota que cuenta Cicerón y que nosotros mencionábamos al comienzo de este trabajo.

BURKERT (217) ha querido negar originalidad pitagórica a dicha anécdota en base, en primer lugar, a la falta de antigüedad de la tradición y, en segundo, al significado de la anécdota, que radica, para él, en el enfrentamiento del saber humano al saber divino. En consecuencia, Heráclides habría puesto en boca de Pitágoras una doctrina platónica: frente a la sabiduría divina, el hombre sólo puede aspirar a ser φιλό-σοφος.

Ciertamente la explicación platónica del término era esa. Así, cuando Sócrates trata de definir, en el *Fedro*, al hombre que compone discursos "sabiendo como es la verdad", dice respondiendo a éste; "El llamarle sabio —σοφόν—, Fedro, me parece algo excesivo y que tan sólo a la divinidad corresponde. En cambio, el llamarle amante de la sabiduría (φιλόσοφον) o algo semejante le estaría más en consonancia y mejor acomodado" (218).

Ahora bien, la anécdota de Cicerón no da esta explicación del término, sino que tan sólo afirma que Pitágoras dijo ser filósofo, porque "teniendo las demás cosas por nada, consideraban (los hombres como él) con afán la naturaleza de las cosas, los cuales se llamaban afanosos de sabiduría, esto es, filósofos; e igual que allí (en los juegos) lo más propio del hombre libre era ser espectador sin adquirir nada para sí, del mismo modo en la vida supera con mucho

---

mana existencia con un ancestral peligro en el momento mismo en que el antiguo orden de vida, el orden feudal y mítico, que sólo nos es conocido en la primera fase de la cultura griega, la épica homérica, y ya había alcanzado su cima, acaba por caer hecho pedazos" (*La teología de los primeros filósofos griegos*, ed. F. C. E. México, 1952, 2.ª ed.; pág. 29).

(215) Y no es que no aflore el tema a su pluma: "Reinhardt encuentra presente este espíritu no sólo en Parménides, sino también en Anaxágoras, Empédocles y Demócrito, mientras que siente que en Pitágoras y Heráclito resultó la persecución del conocimiento científico extrañamente transida por una interpretación del mundo básicamente mística y religiosa" (O. c., pág. 93).

(216) Sigue siendo una opinión que no intento justificar. Pero para mi no cabe duda que lo que hay de fervor, de misticismo en la religión dionisíaca es extraño al espírtiu griego, realmente racionalista, en la medida en que lo que le ofrece confianza y es motor de su vida toda es la razón.

(217) Cf. *Platon oder Pythagoras*; en: "Hermes" (1960), págs. 159-177, y también *Weisheit und Wissenschaft, Studien zu Pythagoras, Philolaos und Platon*, Nürenberg, 1962.

(218) 278d. Cf. también *Lisias*, 218a, y el *Banquete*, 203d.

a todos los demás afanes la contemplación y el conocimiento de las cosas".

Tampoco la anécdota en Diógenes Laercio aporta la explicación platónica del término: "Sosícrates en Διαδοχαῖς, dice que éste (Pitágoras), al ser preguntado por Leonte, tirano de los fliasios, quién era, repuso que un filósofo. Y que la vida se parecía a unos juegos: en efecto, del mismo modo que en ellos unos luchan con fines comerciales, los mejores acuden como espectadores: así, en la vida, los esclavos, dijo, son buscadores de la fama y de la ambición, y los filósofos de la verdad" (219).

Ni la da Jámblico, aunque añade un matiz altamente interesante: "Se dice que Pitágoras fue el primero que se llamó a sí mismo filósofo, no sólo creando un nombre nuevo, sino también siendo el primero que hace público, de modo útil, un asunto íntimo. Decía que el transcurso de la vida de los hombres es semejante a la muchedumbre que acude a los juegos. Pues, lo mismo que allí, los hombres, yendo y viniendo de todas partes, llega uno a relacionarse con otro (ansioso alguno de vender la mercancía a causa del lucro y la ganancia, el otro que viene para demostrar la fuerza de su cuerpo para alcanzar la fama; y hay también una tercera especie, la más noble, la que acude incitada por la contemplación de los lugares y de las obras bellas y de los actos de valor y de los discursos, cuya exhibición solía darse en los juegos), así también, en la vida se reúnen hombres de todas partes, con inclinaciones hacia ésto; en efecto, a unos domina el deseo de riqueza y lujo, a otros, en cambio, el anhelo de mando y hegemonía, y padecen envidia enamorados de la gloria. La actitud más pura del hombre es ésta: el haberse consagrado a la contemplación (θεωρίας) de las cosas más bellas, al cual se da también el nombre de filósofo" (220).

Así pues, la anécdota que atribuye la invención del término "filósofo" a Pitágoras, que nunca fue negada en la antigüedad y sí reiteradamente afirmada (221), debe tener otro significado que el que Platón atribuyó a dicho término.

Por supuesto que el filósofo es filósofo, porque su oficio, su dedicación es la filosofía. Ahora bien, ¿por qué Pitágoras no se llamó

(219) DIOGENES LAERCIO, VIII, 8.
(220) *V. P.*, 58.
(221) Cf. AECIO, I, 3, 8; JAMBLICO, *V. P.*, 44 y 159, además de los textos ya citados.

sabio, término ya acuñado y tradicional, y redujo su saber a un amor? La motivación de la instauración de ambos términos tiene un mismo sentido: dijo ser filósofo porque no se consideraba sabio en el sentido que otros hombres habían sido llamados tales; y redujo su saber a un amor, a un deseo porque lo que le incitaba a la contemplación era, exactamente, una fuerza semejante, en todo, al amor.

En cuanto al primer punto tenemos un testimonio importante en Diodoro (222): "Porque Pitágoras (decía) filosofía, pero no consideraba la sabiduría como algo propio. Ya que, censurando a los que, antes que él, habían sido llamados siete sabios, decía que nadie es sabio siendo hombre pues, incluso, muchas veces no puede (el hombre) dirigirlo todo convenientemente, a causa de la debilidad de su naturaleza; sin embargo, aquél que busca el modo de ser y la vida del sabio podría ser llamado con razón filósofo".

Se trata, pues, de rechazar la denominación con la que habían sido designados, inadecuadamente, aquellos hombres (223), en base al reconocimiento de que el hombre es incapaz de ser sabio. Pero ¿por qué?

Ya dijimos al comienzo que de lo que sabía Pitágoras, o, mejor, de lo que quería saber era de "política", es decir, quería poseer el saber de la vida, que debía desarrollarse, como ya hemos dicho, en el ámbito de la πόλις (224). Este saber complejo, que compendiaba todo saber, era el único que hacía destacar a un hombre sobre los demás, y el único, también, que mostraba la superioridad del hombre frente a los otros seres dotados de vida.

En un precioso trabajo que lleva el título *Sócrates y la sabiduría griega* (225), describe Zubiri con estas palabras el horizonte de la filosofía griega: "Pero en el hombre hay algo completamente dis-

(222) X, 10, 1.

(223) Ya en varios acusmos había criticado a los "siete sabios".

(224) Sólo cuando fracasa la estructura de la πόλις como posibilidad de vida, buscó el griego otras soluciones: "En este momento (el triunfo de Alejandro) sobreviene el desprecio por el sabio de la polis, de la ética, de la política y nace por exigencia del tiempo dos nuevas corrientes de pensamiento, la epicura y la estoica; su originalidad fue el volverse a la naturaleza que parecía enemiga del hombre y buscar soluciones diversas, pero "según la naturaleza", esto es, fuera de la artificiosidad de la sociedad política, incluso volviéndose al hombre, a la naturaleza del hombre, en la tentativa de hacerla conforme a sí misma y darla su puesto en la naturaleza universal" (A. Grilli, *Il problema della vita contemplativa nel mondo greco-romano*, Bocca, Milano 1953; pág. 29).

(225) *Naturaleza, historia, Dios*, Ed. Nacional, Madrid, 5.ª ed., 1963, págs. 149-222.

tinto (distinto al resto de los vivientes). El hombre no se limita a estar viviendo, a ejercitar sus funciones vitales. Su *érgon* forma parte de un plan de conjunto, de un *bíos*, que es, en amplia medida, indeterminado, y que el hombre mismo es, en cierto modo, quien tiene que determinar por decisión y deliberación. No sólo está viviendo, sino que parcialmente *está haciendo* su vida. Por eso su naturaleza tiene el extraño poder de entender y manifestar lo que hace, en todas sus dimensiones, al hombre que hace y a las cosas con qué hace, *tà prágmata.* A este poder el griego llamó *lógos*, que los latinos vertieron, con bastante poca fortuna, por *ratio*, razón. El hombre es un ser viviente dotado de lógos. El lógos nos da a entender lo que las cosas son. Y, al expresarlo, las da a entender a los demás, con quienes entonces discute y delibera esas *prágmata*, que en este sentido llamaríamos "asuntos". De esta suerte, el logos, además de hacer posible la existencia de cada hombre, hace posible esa forma de coexistencia humana que llamamos convivencia. Convivir es tener asuntos comunes. Por esto, la plenitud de convivencia es la *pólis*, la ciudad. El griego ha interpretado indiferentemente al hombre como animal dotado de logos o como animal político. Si el *contenido* concreto de la *pólis* es obra de un *nómos*, de un estatuto, y tiende a la *eunomía*, al buen gobierno, su *existencia* es, para un griego, un hecho "natural". La *pólis* existe, como existen las piedras o los astros" (226). Efectivamente, como continúa Zubiri, en este horizonte se erguió la capacidad de dirigir la vida como la parte más noble del principio vital humano, el *nôus*, creador del ámbito en el cual se da la realidad como "siempre". Ahora bien, esto fue así después que Sócrates estableciera el *ethos*, en el cual la vida intelectual consistiera en la adquisición de la verdad y en la realización del bien.

Sin embargo, en la perspectiva del saber pre-socrático, las capacidades del hombre para *dirigir* se mostraban harto menguadas y confusas. En este sentido, verdaderamente "sabio" sólo lo era *el todo*, el Universo, cuya organización y legislación vital es perfecta. En él se dan todas las oposiciones, pero también todas las armonías; todo en él es múltiple y vario, pero uno y acordado. El curso de los astros, el sucederse de los días y las noches, el nacer y el perecer, el frío y el calor, el agua y la tierra, el fuego y el aire, los animales, las

(226) O. c., págs. 162-163.

plantas, todas y cada una de las cosas están gobernadas con una sorprendente sabiduría, que de alguna forma es en y con el Universo.

El hombre, el único ser que se opone o se independiza de esa Ley, carece de ese saber "gobernar", que hace del Universo un todo ordenado, un cosmos. Y, sin embargo, su pretensión es poseer ese saber, aunque sea como ideal utópico. En este sentido el hombre es filósofo: tiende, desea, pretende, anhela alcanzar la sabiduría.

La sabiduría se convierte así en objeto amado, es decir, en algo que se desea y no se tiene. De aquí que el oficio del filósofo sea la teoría, es decir, el contemplar, el ver, el espejear la "sabiduría", que es la Ley del Universo. La "filosofía" es contemplación y para contemplar es preciso que el hombre esté libre de deseos e intereses menudos; es preciso que ejecute limpiamente su acto de ver, para poder descubrir los secretos del orden que preside el Universo y aplicarlo, luego, al micro-cosmos que es la vida humana (227).

Precisamente por ésto no se aplicó Pitágoras el título de sabio, que enfáticamente se había dado a aquellos siete hombres, cuya pretensión fuera semejante a la suya: saber de política. De que no habían sido merecedores de tal calificativo existía una prueba irrefutable: la situación actual de la vida de los hombres, sus contemporáneos.

Las pocas veces que se define la sabiduría de Pitágoras en Jámblico, tiene su definición este sentido. Así: la sabiduría es "un cierto conocimiento en el ser que está ocupado en las cosas hermosas de más alto grado, en las cosas divinas, en las cosas puras y que son siempre según ellas mismas y del mismo modo, por cuya participación alguien podría decir también cosas bellas"; "la filosofía es el esfuerzo en pos de esta clase de teoría" (228). Y en otro momento afirma que la sabiduría es "el conocimiento (ἐπιστήμη), de la verdad en los entes", y entiende por entes "las cosas inmateriales, eternas, las únicas eficaces, puesto que son incorpóreas" (229). Y en lugar paralelo, la sabiduría es "el conocimiento (ἐπιστήμη) de los entes en cuanto tal", y describe a éstos como aquellas cosas "que siempre permanecen según ellas mismas y del mismo modo" (230).

(227) Cf. R. Joly, *Le thème philosophique des genres de vie dans l'antiquité classique*, Ac. Royale de Belgique, Cl. des Lettres et Sc. mor. et pol., Mém. T.51, fasc. 3, Brussels, 1956.
(228) *V. P.*, 59.
(229) *Idem*, 159.
(230) *Idem*, 160.

CONCLUSION

Respondiendo a las cuestiones planteadas en el inicio, diremos que la doctrina pitagórica poco o nada tiene que ver con las otras doctrinas presocráticas. Que la motivación que dio origen a una y a otras es totalmente distinta (231). Que el significado de la *teoría* pitagórica es absolutamente diverso del que tuvieran las *teorías* de los otros filósofos presocráticos.

Las *teorías* presocráticas se proponían explicar la contextura del mundo ; buscaban una razón *intelectual* del ser de las cosas ; querían averiguar el origen del todo ; se preocupaban por un aspecto particular del *gran problema*, por lo cual defraudaron a Sócrates —y a Platón—, aunque luego las redimiera Aristóteles, incluyendo sus investigaciones en el saber de la totalidad (232).

Pitágoras, por su parte, pretendía una auténtica *teoría* del Universo, es decir, una *visión* del mundo en su maravillosa ordenación, para poder, desde ella, gobernar la vida de los hombres. Frente al intelectualismo presocrático, típicamente griego, Pitágoras buscó, místicamente, el modo de acercarse a la divinidad para aprender de ella cómo se debe vivir.

El estudio pitagórico del número (233), aunque luego se convirtiera en ello, no fue un saber puramente intelectual, sino el último paso, el último peldaño de una escala mística que conducía a desentrañar el ser de la divinidad, que para él era la Ley, el λόγος del Universo, desde el cual, teniéndola por paradigma, es preciso gobernar la vida de los hombres.

No quiero pasar por original con esta interpretación del pensamiento de Pitágoras y el pitagorismo primitivo. Por ello terminaré con las palabras que De Vogel remata su obra : "La imagen del fi-

(231) Seguiremos manteniendo la excepción de Heráclito.

(232) Exagero voluntariamente para resaltar el contraste, pues no cabe duda que hay, no sólo en Heráclito, sino en todos los filósofos presocráticos, una inquietud por ese problema fundamental que era la vida política. Pero tampoco puede dudarse que ya en Aristóteles encontramos un modo especial de nombrar a los "fisiólogos" y a los "pitagóricos", aunque muchas veces considere a éstos como creadores de doctrinas equiparables, por su temática, a las formuladas por los otros. En todo caso, la filosofía con los sofistas, Sócrates y Platón volvió a tener una motivación ética, aunque en ella se integrara la problemática física y metafísica, iniciada por el intelectualismo presocrático.

(233) Es importante destacar que existía ya en Grecia, antes de Pitágoras, una mística de los números, cf. GARMAIN, *Homère et la mystique des nombres*, P. U. F., Paris, 1968.

lósofo ha cambiado considerablemente. No se juzga solamente una creencia en la metempsícosis, un recuerdo de vidas anteriores, el descubrimiento de las leyes del número y de la armonía, ni solamente al fundador de una especie de comunidad religiosa... hay que imaginar a Pitágoras como un predicador del pueblo; un predicador que sabe cómo persuadir al pueblo para que lleve una vida tranquila y moderada. ¿Por qué medios? Por medio de la fuerza de la teoría filosófica, una visión del universo tan intensamente vivida como la realidad. Quede lejos de nosotros el negar que los elementos primitivos se mezclan totalmente con esta teoría. Pero si se pregunta qué cosa hizo de Pitágoras un conquistador de hombres (incluyendo mujeres) creo que hay que responder que *no* era un ritualismo formalista, *no* una fuerte dosis de superstición; lo que le hizo un conquistador de hombres fue un espíritu realmente reformador, que incitaba a la moderación y a la virtud moral" (234).

JOSE ANTONIO GARCIA-JUNCEDA
Profesor de la Universidad. Madrid

(234) O. c., págs. 245-246.