

# Matemática y Ciencias

Nota caracterizadora de las Ciencias naturales y exactas se quiere la de «experimental». Y aunque en la observación y el experimento intervienen consideraciones acerca del contexto y de las hipótesis previas de forma que puede admitirse que la experimentación no resulta otra cosa que una verificación de las ideas que condicionan y crean el fenómeno a estudiar, conviene precisar las fases en que se me presenta escindida la empresa científica. Es lo que esbozaré en este ensayo en primer lugar. Simple esbozo para el encuadre, para el marco en el que cobrará sentido la tesis central de este trabajo, la afirmación de que la Matemática también es una empresa científica, con los dos mismos planos en su hacer, con las mismas notas características que el hacer científico natural. En cuanto a las consideraciones antes mencionadas acerca de la observación, experimentación e ideas previas, remito a ensayo anterior, *Mitos de la ciencia*, en esta misma Revista, n.º 70.

A. El Hacer científico se me presenta escindido en dos planos fundamentales que voy a calificar de Hacer empírico y Hacer teórico. Es la escisión aristotélica entre un hacer que dice lo que la cosa es y un hacer que dice la causa por la cual la cosa es; la escisión newtoniana entre un hacer mecánico y un hacer de Mecánica racional.

1. Lo que denomino Hacer empírico y Ciencia empírica asociada al mismo es la resultante de

a) la acotación de un fenómeno y, dentro de la misma, nueva delimitación de factores a tener en cuenta; la acotación no es sólo conceptual;

b) la acción violenta sobre el fenómeno, a veces mecánica, a veces puramente mental, y que se denomina experimento;

c) mediante el acto b), que no tiene por qué ser único, se obtienen unos resultados;

d) que se plasman en proposiciones que describen el fenómeno acotado y los resultados obtenidos y permiten establecer las condiciones por las cuales puede reiterarse el experimento con la convicción de obtener los mismos resultados, siempre en contextos como los marcados por a), y por consiguiente, sin variar las proposiciones asociadas correspondientes.

1.1. Las proposiciones que se obtienen en paralelo al hacer, y que califico de empíricas, pretenden formularse, en general, con ayuda del lenguaje matemático —lo cual supone ya un previo cuadro teórico en el que se encuentra inmerso el científico que, por ello, dependerá en gran medida del nivel teórico alcanzado en dicho cuadro, entre otras dependencias...—, ayuda que se quiere no únicamente descriptiva, sino instrumental, operatoria y que se logra mediante la expresión simbólica de alguno de los elementos que se han acotado en el fenómeno a transformar y que se ligan fundamentalmente en formulaciones ecuacionales, o de proporcionalidad, bien de exponencial, bien de ecuaciones diferenciales, bien y preferentemente polinómicas, lineales. Si se logra obtener una expresión matemática entre los elementos acotados, esta expresión, esta proposición empírica puede estimarse no ya como verdadera o falsa en sí, sino como una regla de acción, operacional básicamente y, por su mera formulación, trascendiendo al fenómeno natural y a la violencia sobre la acotación realizada.

a) Obtener la expresión matemática de la acción sobre el fenómeno acotado no es, ciertamente, fácil, pero sí posible, dependiendo de los factores acotados, del enfoque de esa acotación. Es claro que no tiene por qué ser, la fórmula o fórmulas obtenidas, única. En esa obtención intervienen el ensayo y error, la analogía con otras proposiciones empíricas ya logradas, la intuición y profesionalidad de quien trabaja... Para este último factor es la función de la práctica científica, del problema: aprender a conjeturar y no meramente a demostrar que se sabe una determinada fórmula. Aprendizaje para el inconsciente y la llamada posteriormente intuición o evidencia adquirida, aprendida...

b) La proposición empírica creada no puede estimarse como verdadera o falsa en sí, sino que debe estimarse como más o menos adecuada al fenómeno creado tanto por la acotación como por la técnica

material y conceptual que se posea en el momento de su creación. Una fórmula como

$$pv = kt \quad (1)$$

no es una proposición verdadera o falsa, sino adecuada tanto a la técnica que se utilice, a los medios materiales con los cuales se ha realizado la experiencia, como a los factores que se han acotado y, por complementación, a los factores inmediatos que no entran en juego, en consideración —color del recipiente, del émbolo, brillo de la luz en el momento de la prueba, olor del gas considerado...—. Algunos de estos factores suelen estimarse cuantitativos pero no tienen por qué ser, exclusivamente, de este carácter, sino que también pueden ser relacionales —y ya la búsqueda de expresiones proporcionales indica un elemento relacional— en cuyo caso la expresión matemática no tiene por qué ser una fórmula ecuacional.

c) Regla de acción porque lo que expresa una proposición empírica —en el contexto de acotación en el que se trabaja y que suele ir implícitamente develado— es que siempre que se hagan las violencias a la naturaleza consignadas en ese contexto, y de la forma conveniente, se obtendrá dicha proposición empírica como manifestación del fenómeno estudiado, creado; fenómeno que, en su individualidad concreta es único e irrepetible, por lo que tiene que provocarse en cada ocasión.

En el ejemplo anterior —y limitándome a la ley de Boyle y no a la ecuación general de los gases, que es la escrita en (1), y por mera simplificación— la proposición empírica diría: Si usted toma un volumen de gas en un recipiente adecuado y a temperatura constante, siempre que usted violente este estado aumentando o disminuyendo la presión, disminuirá o aumentará el volumen del gas, y en una proporción determinada. Por supuesto, usted no tendrá en cuenta más factores que los señalados en esta consigna. El aumento o disminución de volumen dependerá del tipo de gas que maneje; es decir, cada gas posee un coeficiente propio  $k$  de expansión de volumen. Para determinar cuantitativamente el valor  $k$  tome un gas como modelo o punto de referencia y, respecto a él, mida el valor correspondiente para los restantes.

(Aquí cabría estudiar el estilo literario en el que se enuncian los problemas en los libros de introducción «experimental» a la Física, a la Química; problemas que suelen comenzar o contener expresiones

como «se hincha...», «se encierra...», «se llena...», en contraposición a los problemas de la fase teórica en los que en el enunciado se contiene «demostrar...»).

1.2. Al ser las proposiciones empíricas, desde este punto de vista, recetas de operación, con su violencia incorporada a la naturaleza, las estimo reglas de acción y no proposiciones descriptivas, reproductivas de una «realidad» que las trasciende. Y entiendo por proposiciones reproductivas, proposiciones como «aquí hay un bolígrafo negro», «hoy es nueve de octubre de 1977», «se mueve la aguja en el amperímetro», «Sol está más baja que Jimena»... y que, a pesar de este carácter descriptivo, y además de su nota de singularidad que aparentemente impide su reproducción y de ahí su acientificidad, encierran ya en sí elementos de carácter conceptual y, por consiguiente, no individualizados sino producto conceptual del hombre que, como tal, difumina el elemento descriptivo puro y pueden estimarse como consecuencias particularizadas de proposiciones generales.

Las proposiciones empíricas las estimo como reglas de acción básicamente apoyadas en el carácter de acción, de violencia que se requiere para su obtención, para crear las condiciones que permitan la reiteración del fenómeno que, en su individuación concreta, insisto, es único. Y como reglas de acción poseen un carácter esencialmente predictivo, y no sólo por encerrar una infinidad de posibilidades de nuevas proposiciones empíricas en cuanto a expresión matemática en la que cada factor numérico puede tomar valores en campos como el anillo  $Z$ , como el cuerpo  $Q$  o el  $R$  o el  $C$ ..., de manera que para cada valor se tiene una proposición. Carácter predictivo que puede esquematizarse en la forma: Siempre que usted haga esto, se obtendrá tal cosa; de aquí que... Carácter predictivo del mismo tipo que el de las normas jurídicas. Dado tal contexto de la sociedad y del Estado como plasmación estructurante de la misma, siempre que usted haga esto, le ocurrirá esto otro.

Naturalmente, dado ese carácter, la fórmula, la proposición empírica permitirá perfecciones, leves cambios, sutilezas de la conciencia de alquiler en cuanto a que, al reproducir el experimento, al llevar a efecto el mandato, no se obtenga rígidamente lo previsto: fallo del aparato, del experimentador, idealización de las leyes y de los conceptos que entran en juego... Y, de aquí también, la reiteración de las pruebas, de los experimentos, cuya finalidad no es el promedio de datos, de medidas obtenidas, sino el asentimiento moral, el convencimien-

to de quien lo hace respecto a la «verdad» de lo que se obtiene —criterio de «verdad» como objetivo final de la empresa científica procedente del aristotelismo, uno de los mitos que rodean a tal empresa, en contraposición con todo lo que se sostiene aquí, en el fondo—, además de su función, secundaria, de carácter pedagógico o de profesionalidad ya apuntada antes. En caso extremo, el agregado a la proposición, a la fórmula, de algún distingo, en forma de algún término o coeficiente más, sin variarla fundamentalmente, pero ello en función del contexto, de la perfección técnica alcanzada en la reiteración de la misma y de otros fenómenos. Y es el caso de la ley de Boyle, de la ley de los gases (1), que deben ser perfeccionadas en cuanto a la proposición empírica según la técnica utilizada dando paso a la llamada ley de van der Waals, o el caso de las leyes de Gay Lussac, etc., que han de ser modificadas en cuanto a su pura formulación de proporcionalidad agregando algún término lineal a las mismas.

Así, y siguiendo con la ley de Boyle, el mismo Boyle pudo comprobar que su ley de proporcionalidad —como antes Pascal con su «barómetro»— no se ajustaba a los gases para los cuales creó su ley experimental. Todos los gases presentan cierta desviación. Inmediato distingo: la ley se verifica para gases «ideales». En la práctica, ya se sabe, hay errores. Cuestión abierta: conseguir una expresión de dichos errores, de dichas desviaciones que se cometen aplicando la ley que, como indicaría Newton, es la rectora de la acción aunque el mecánico se equivoque. Casi dos siglos se tarda en lograr una expresión más adecuada y en el contexto y acotación conceptual de una teoría: la cinética. La expresión que «perfecciona» a la dada por (1), la expresión de van der Waals, viene a ser

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right) (v - b) = kt$$

donde —y todas las aclaraciones que siguen pertenecen a textos de Física, lo quiero subrayar explícitamente—  $a$  y  $b$  son constantes para

cada gas que se maneje,  $\frac{a}{v^2}$  es un término correctivo que tiene en

cuenta las atracciones mutuas de las moléculas y  $b$  es la constante que indica que las moléculas poseen dimensiones finitas...

Y algo en lo que insisto, porque lo estimo fundamental, la dependencia respecto al contexto en el cual se realiza el hacer que da paso a la ciencia empírica, al conjunto de proposiciones empíricas correspondiente. Contexto que, ciertamente, presenta unas fronteras no nítidas, no perfectamente delimitadas, pero no lo suficientemente borrosas como para que al hablar de los cuervos, por ejemplo, se descarte la composición y densidad del planeta Marte como factores irrelevantes para el tema, aunque desde un enfoque pretendidamente lógico formal de la empresa científica, la composición y densidad de Marte se quieran factores influyentes en la aceptación o no de un estudio sobre la negritud de los cuervos. Enfoque lógico formal que muestra que en Lógica no sólo se obtienen proposiciones lógicas, sino que el mal enfoque y desvirtuación de su objeto llega a crear monstruos de la razón, como ya Goya señalara con su lucidez patológica, porque no sólo con Lógica razona el hombre, sino frente a la propia lógica. Y se provoca deformación cuando se la enfoca como el instrumento de la razón frente al hecho de ser el estudio de su propio objeto, los sistemas formales, en cuyo caso la instrumentalización de los mismos posee sus limitaciones como las posee, por su lado, la Matemática.

Por semejanza, es lo que ocurre en las normas jurídicas que dependen del estado de la sociedad y del Estado en el que se encarne en un momento histórico determinado, con la adecuación asociada de la norma jurídica que se dicte. Convención, ciertamente, pero que una vez adoptada, y para ese contexto y momento histórico, para ese material técnico y para su momento, hay que seguirla, cumplirla, aunque si varía dicho contexto material y conceptual entonces la norma deja de serlo, deja de ser útil —aunque no por ello pasa a ser falsa, porque en su contexto era operativa y no verdadera sino válida o adecuada, y en otro contexto su validez o adecuación deja de serlo—.

Así, la proposición empírica  $l = l_0 (1 + kt)$  —o la infinidad de proposiciones que encierra según los valores que pueden darse a cada una de las variables que entran en juego— lo que indica es una acción, pero no en cuanto fórmula aislada sino en el interior de un contexto determinado: dada una barra longitudinal de longitud inicial  $l_0$ , si se la calienta homogéneamente, etc., se tendrá una dilatación tal que la longitud final obtenida vendrá expresada por  $l$ . Proposición que, por otro lado, y por analogía, podrá ser adecuada operacionalmente en otro contexto, donde la barra longitudinal, etc., sean reemplazados por otros objetos, pero en cuadro conceptual idéntico.

Así, la proposición  $d = \frac{l(1-2)}{2}$  indica una acción, en un contexto

determinado, el geométrico, en el que se tiene un polígono plano cuyo número de lados es  $l$ , y entonces el número de diagonales del polígono vendrá dado por  $d$ , que habrá que calcular operando según la proposición empírica dada.

Estas fórmulas o proposiciones empíricas se obtienen por ensayo y error, uno material, experimentalmente material, y el otro mental, pero experimentalmente material también, a base de calcular en cada polígono —que es el «observable» en este fenómeno— tanto el número de lados como el de diagonales correspondiente y hacer gala de conjetura, inducción, etc.

1.3. Como mero esbozo, no entro en todo el haz de suposiciones implícitas que conlleva el establecimiento de un hacer empírico y su ciencia proposicional ligada y que interviene en el contexto tanto de acotación material como de búsqueda de la proposición empírica asociada. Entre estas suposiciones menciono, por modo exclusivo:

a) La aceptación de un cuadro espacio-temporal homogéneo, con supuesta homogeneidad también de la materia a la que se violenta en cada ocasión en que se reproduce el fenómeno, el experimento.

b) Independencia del observador, del experimentador individual, particular, aunque no de la acción transformadora por la cual se obtiene la proposición empírica, acción perteneciente al sujeto colectivo. Independencia de lo individual en la que reside lo que en ocasiones se califica de objetividad de las ciencias naturales y la atribución de certeza a lo obtenido y en la que influye la formulación matemática con el mito de su validez y atemporalidad. Aunque en este último caso ya he indicado el papel relevante del contexto y la acción de la conciencia de alquiler en caso de fallo del experimento, al igual que en la imposibilidad de considerar a la proposición empírica como verdadera o falsa.

c) Aceptación del principio de causalidad en el sentido de que se produce tal fenómeno siempre que se creen tales condiciones para ello; estas condiciones suponen ser la causa del fenómeno considerado.

d) Ligado con la anterior —aunque todas ellas, en el fondo, estén interrelacionadas entre sí—, la aceptación de un marcado determinismo que impide que Dios juegue a los dados, y en el que nuevamente la formulación matemática ha ejercido su influencia implícita, al des-

cribir los resultados de la acción sobre los fenómenos mediante ecuaciones como las diferenciales, que permiten la obtención de predicciones tanto hacia «atrás», como hacia «adelante», por lo que cada fenómeno viene determinado tanto por sus consecuencias como por sus causas...

Y si no entro en la discusión de suposiciones como las anteriores, sí insisto en el hecho de que el conocimiento producido por el hacer empírico no es un conocimiento de la naturaleza en sí, de los fenómenos naturales amorfos; es un conocimiento de la interrelación de la naturaleza consigo misma, es decir, un conocimiento de acciones, que se plasman en normas, y que son las que constituyen las componentes últimas de la superestructura cognoscitiva. No es un conocimiento de la naturaleza puramente descriptivo, sino operacional. De aquí la afirmación, que estimo consecuente, de que sea el contexto quien cree el fenómeno, aunque en algunas ocasiones tal contexto, principalmente el conceptual, quede implícito en el experimentador y, con él, en los resultados que pretenda obtener en el experimento. De aquí la potencia de aplicación técnica de este tipo de hacer y, con ella, su enlace con la Técnica que no requiere de la explicación, sino del manejo operativo. Y pienso, por mera ejemplificación, en quien monta un circuito eléctrico o un transmisor de radio..., e incluso los perfecciona materialmente, pero sólo conoce, si es que lo conoce, unos rudimentos teóricos de aquello que hace; por no citar a aquellos físicos universitarios que hablan de «potencia par escalar de un vector» y, sin embargo, en su cátedra, son muy buenos físicos técnicos y prácticos...

2. Junto al hacer experimental o puramente empírico, con su ciencia proposicional empírica incorporada, y en el que no hago referencia a la experiencia por la experiencia, a la experiencia al azar o incontrolada o aislada, como tampoco a la proposición descriptiva o representativa, sino a la que depende de un contexto en el cual cobra y alcanza su sentido, contexto en el que influyen de manera decisiva las concepciones de lo que debe ser el trabajo científico y qué problemas deben plantearse y tratar de resolverse, así como la técnica material del momento, se me presenta otra fase en la empresa científica. Una fase de Hacer teórico simultánea y que supone y a la vez condiciona, en todos los casos, el hacer empírico y su ciencia proposicional empírica asociada. Fase en la que confluyen tanto ese hacer empírico como una serie de mitos y creencias en medida mayor aún que en el hacer acotado experimental. De la unión de ambos, Ciencia em-

pírica-Mitos y creencias, nace con un deseo de racionalización —reflejo de otro mito— el Hacer teórico concreto. Mito de racionalización, con su componente emotiva, que se ritualiza, en general, en lo que viene denominándose deducción o demostración, con sus tipos de razonamiento —demostración, verificación, explicación...— y sus modos relacionales particulares.

Desde este segundo plano, la empresa científica se pretende como un hacer de sistematización, un intento de dar cuenta no ya de un fenómeno aislado, sino de todo un haz de ellos, estructurándolos y procurando obtener lo que cabe calificar como deseo de explicación de los mismos, pero en el interior de un sistema en el que de antemano se atribuye que quedan estructurados los distintos fenómenos aislados.

En otras palabras, la empresa científica teórica se muestra como la construcción de cuadros teóricos en los cuales se colocan, en primer lugar, y como leyes de la naturaleza, proposiciones que contengan los términos considerados primitivos, de los que poder derivar otros términos y otras proposiciones que, estimadas como empíricas en su particularización, puedan ser contrastadas en la experimentación. Con ello se pretende una aprehensión conceptual de la naturaleza, del cosmos; aprehensión racionalizada en cuanto a su pretendido carácter deductivo, pero a la vez estimadamente adecuada por el carácter experimental en el que se quiere desemboque dicho método.

2.1. En la fase teórica, sin embargo, las proposiciones empíricas no quedan englobadas en modo alguno, porque el cuadro teórico se compone de proposiciones que, para distinguirlas de las correspondientes a la fase empírica, califico de proposiciones formales. Y una proposición formal sí posee el carácter veritativo funcional del cual carece la proposición empírica como norma de acción. Con lo cual lo que se tiene en esta fase teórica es un salto conceptual respecto al Hacer empírico, por manejar proposiciones formales, veritativo funcionales y no reglas de acción.

A pesar de lo cual una de las pretensiones del Hacer teórico se centra en un intento de traducción de tales normas a proposiciones formales, intento que pretende ser la culminación de la primera fase de convertir en lenguaje la violencia sobre el fenómeno que se tiene en el experimento. En este sentido de traducción puede admitirse que el cuadro teórico engloba las proposiciones empíricas en proposiciones formales. Cuadro teórico que, junto a los postulados lógicos pro-

pios del lenguaje formal que se adopte —aunque esta adopción suele hacerla el científico de modo implícito, sin querer la formalización lógica en momento alguno, tarea de carácter especulativo y posterior, propia del denominado filósofo de la ciencia, que no suele ser científico—, establezca los principios que, por lo que inmediatamente indico, nunca pueden ser completos ni estrictamente adecuados, como tampoco una traducción refleja con exactitud el carácter de la obra traducida y, menos aún, la conversión de una acción en una proposición.

Los principios, o leyes naturales, no proceden de las proposiciones empíricas ni de su traducción a formales como pretenden muchas versiones justificacionistas de la inducción, y ello porque no son generalizaciones de proposiciones formales, sino que proceden de una búsqueda de las propiedades comunes y estructurantes de las normas de acción primeras, propiedades comunes que no generalizan mediante una simple cuantificación universal la existencial que llevara la empírica, porque también ésta vendría cuantificada universalmente si fuera proposición formal para la clase de objetos que el contexto hubiera determinado. Y tampoco de la repetición de un mismo fenómeno, porque ya la propia expresión en la que se formula la acción, el experimento, contiene una infinidad de posibles repeticiones.

Estructuradores teóricos, los primeros principios se obtienen por ensayo y error, analogías, intuición de quien los busca..., y por el mismo proceso que permite obtener las proposiciones empíricas; pero teniendo presente que, ahora, en su campo de trabajo, los datos primarios no consisten ya en el trabajo material —o mental— experimental, sino que tiene que tener en cuenta, por un lado, el contenido de algunas de las normas de acción y, por otro, y quizá fundamentalmente, el contexto en el que las mismas poseen tanto sentido como significado. Contexto que no es estrictamente conceptual, racionalizado —y de ahí la incompletitud de las primeras leyes que lo intenten delimitar— pero cuya puesta en claro, la explicitación de alguna de las suposiciones que lo condicionan es, desde mi punto de vista, la clave del cuadro teórico, de la formulación de la teoría científica. De tal manera que la misma no viene a ser otra cosa que una racionalización de las concepciones, en algunos casos míticas, del mundo.

Racionalización que si no evita que, a su vez, se llegue a imponer como otra concepción tan mítica como la que pretende racionalizar —y en ello encuentra su propia limitación—, al menos intenta una sistematización orgánica, estructural, del hacer que se refleja en las

proposiciones empíricas y, además, delimita en cierta manera el contexto en el que ese hacer cobra sentido. Delimitación no sólo metodológica en cuanto a qué forma deben adoptar los principios fundamentales relacionando determinados conceptos estimados como primarios, así como el carácter que deben adoptar las proposiciones empíricas por el material instrumental a manejar —si cuantitativas o relacionales, por ejemplo—, sino que también determina parte del cuadro ontológico, de las creencias implícitas, en el cual se instala el investigador y por el cual se delimitan y orientan los tipos de fenómenos y problemas que deben intentar resolverse. De aquí que no me parezcan acertadas posiciones como la operacional, la empírica, la formal en sus acepciones puras, porque, y continuo con mero esbozo:

a) Desde mi punto de vista, el carácter de norma, de receta de acción pura, desaparece como primaria de la empresa científica en su fase teórica. Un enfoque operacionalista como básico deja de ser útil en esta fase explicativa del hacer científico, porque el mismo queda ligado a la fase empírica, aunque siempre la traducción tienda a teñir de ese carácter operacional a las leyes teóricas y a sus consecuencias puramente deductivas, imagen interpretativa y lo menos deformante posible —al menos en la intención— de las proposiciones empíricas.

b) Tampoco vale el criterio de acudir a la experiencia directa para contrastar las leyes elegidas en el trabajo teórico, porque tal experiencia directa no es válida salvo en la fase empírica y ello con las limitaciones ya señaladas respecto a los cuadros contextuales que determinan no sólo cómo ha de ser la experiencia sino que contienen un alto grado de expectativa de lo que se va a obtener en la misma o de cómo interpretar los resultados —y de aquí que las leyes elegidas sean de tal tipo, por estructurantes de los resultados de la acción, que ninguna experiencia directa o indirecta permite obtenerlas ni, por ello mismo, falsearlas.

c) Por su lado, el criterio de la pura deducción —aunque sea el predominante en el cuadro teórico— a partir de las primeras leyes o principios tampoco es válido, y ello porque siempre se ha de tener presente el contenido operacional de las proposiciones empíricas de las cuales son traducción las proposiciones formales. Contenido que erróneamente se ha querido convertir desde un positivismo empirista en condición suprema, en objetivo a obtener a partir del cuadro de hipótesis elegido, porque es más bien una condición de elegancia teó-

rica formal, ya que, en la empresa científica, pueden llegar a crearse condiciones y hasta «pruebas» —en general teóricas— que no encajan, al menos deductivamente, en el cuadro primario y siempre para justificar alguno de los fenómenos que el cuadro teórico parece tener la obligación de contemplar y explicar —y bastaría la ejemplificación newtoniana, en *Principia mathematica*, por ejemplo—. Por esto último dicho cuadro puede llegar a ser ampliado, aunque siempre se trate de restringir esta posibilidad, según las necesidades del hacer empírico, o transformado en el mismo contexto ontológico o de creencias que lo soportan, o bien terminar restringiendo dicho cuadro teórico a sólo un determinado campo porque el mismo no se vea como una traducción lo suficientemente completa más que para esa restricción, para esa acotación, no dando explicación de nuevos fenómenos creados mediante nuevas técnicas o perfeccionamiento de las anteriores, con el consiguiente reemplazamiento de un cuadro teórico por otro. Reemplazamiento originado tanto por esa necesidad interna de dar cuenta de lo que queda en su frontera, como por un cambio en el contexto epistemológico, conceptual. En este salto, el cuadro teórico previo a la ruptura permanece válido en su contexto y, por ello, desfasado e inútil en el nuevo donde la validez es soportada, ahora, por el nuevo cuadro teórico, en el que se incluyen aquellas proposiciones traducción directa de las proposiciones empíricas.

2.2. En otro orden de cosas, establecidas dos leyes contrarias, como no son falsables directamente ninguna de ellas, se presenta la ausencia de *experimentum crucis* que pueda decidir la elección de una en el mismo cuadro teórico. Ausencia de tal experimento, aparentemente factible para las normas, para las proposiciones empíricas, aunque tampoco para ellas sería válido dicho experimento ya que estas proposiciones empíricas, como expresión de la acción violentadora, están sometidas a los ya indicados distingos según la acotación realizada. Tampoco la traducción de estas proposiciones empíricas a formales hace que las traducciones puedan ser contrastadas entre sí mediante el nuevo paso a proposición empírica porque las formales, al considerarse como conclusiones particularizadas de unas premisas o primeros principios —y no sólo como traducción de normas— pueden tomarse como consecuencias de distintas premisas, incluso mediante la interpolación lógica. De aquí que las proposiciones empíricas no permiten, por sí, la falsabilidad de todo un cuadro teórico al que per-

tenezcan —y, por lo acabado de apuntar, pueden pertenecer a una infinidad de tales cuadros—.

Todo ello indica, por una parte, la posibilidad de crear varios sistemas particulares o disciplinas científicas dentro del mismo cuadro teórico de leyes aquí mencionado como empresa científica, y construido conforme a sus directrices —y así se han elaborado disciplinas particulares como las englobadas en las ciencias Físicas o Químicas...—. Por otra parte, la posibilidad de crear varios cuadros teóricos con sistemas de leyes diferentes —aunque no tienen por qué serlo todas— y que traten de explicar los mismos fenómenos y, a la vez, produzcan parecidas predicciones.

Quiero decir que, en algunos casos, una misma proposición empírica puede traducirse en un cuadro determinado y hasta tomarse la proposición formal correspondiente como ley primaria para la explicación teórica de unos fenómenos. O bien puede estimarse como deducida de sistemas de proposiciones diferentes. Me limito a mencionar el caso de la ley de la palanca de Arquímedes —de la ley proposicional formal, ya que he indicado que la empírica depende del contexto teórico geométrico al no existir varillas rígidas de espesor cero, etc.— que se deduce de los postulados que el matemático siracusano establece, pero que puede obtenerse como ley deducida del principio de conservación de energía mecánica aplicada a máquinas que, a su vez, es un mero caso particular del principio general de la energía... O, siguiendo con la ley (1), se observa que puede deducirse teóricamente de los postulados de la teoría cinética o de los que establecen un cuadro estadístico.

Si he esquematizado la posibilidad de que la proposición formal pueda ser englobada en cuadros teóricos diferentes, pero dentro del mismo contexto, también cabe la posibilidad de que pueda ser englobada en cuadros contextuales y conceptuales diferentes. Exagerando la nota —y tomo para ello un fenómeno, en principio, descriptivo—, la epilepsia puede englobarse en un cuadro que la pretenda explicar como enfermedad divina o en un cuadro que lo intente como desajuste químico-cerebral. En ninguno de ellos se consigue una curación del enfermo. La racionalización, porque hay racionalización supuesta en ambos casos, conduce a un estatuto distinto del individuo que la padece, así como a consecuencias y ritos diferentes: desde la figura del príncipe Mishkin, a la de semimarginado de la sociedad. Y ambos se dotan de connotaciones no racionalizadas: no se quiere ver como «científica» la explicación de la enfermedad como castigo divino y sí

la de disfunción químico-cerebral, aparentemente más positiva pero de la cual, en ese querido positivismo, continúa sin dar una explicación causal convincente —de lo contrario habría curación—. Por supuesto, ambas teorías son incomparables como cuadros teóricos, pero lo que pretendo en esta exageración es insistir en la afirmación de que ambos cuadros, en su pseudoexplicación, son igualmente válidos para sus propios contextos que son los que, realmente, se muestran como incomparables entre sí.

La elección de unos u otros cuadros o teorías alternativas no va a depender del plano aquí considerado primero, de la fase del Hacer empírico, sino de ella y del contexto conceptual y ontológico en que cada una de las teorías se ha construido. Contexto que será el que permita, si no compararlas, sí diferenciarlas, porque dado un contexto fijo, dada una concepción o imagen del cosmos, en él sólo podrá darse una ciencia teórica, unos cuadros determinados, que pueden escindirse en ciencias particulares según cual sea el enfoque, las aco-taciones de los fenómenos elegidos, siempre según el cuadro amplio ontológico que subtiende la búsqueda y fijación de unos primeros principios que sirvan de telón de fondo para la investigación particular y la fase empírica.

2.3. Cuadro ontológico primario en el hacer teórico porque comienza. en el caso de la Ciencia empírica, con la creencia —que ya he indicado no acertada— de que en ella se logra una captación directa de la naturaleza, condición básica de su hacer y que Mendeleiev plasmaría en su afirmación dogmática: «Las leyes de la naturaleza no admiten excepción», en lo cual tenía razón, porque dichas leyes se crearon para que esa excepción no existiera en el contexto propio de su aplicación. Por esto último, en algunos se quiere transformar dicha creencia por aquella que ve en la empresa científica un intento de crear cuadros que salven las apariencias de los fenómenos, como si éstos estuvieran dados y la empresa científica se limitara a una labor estrictamente descriptiva y olvidara el papel de violencia que en su fase empírica asume. En el fondo, creencias que no son otra cosa que deseos de racionalización de mitos y que, de una u otra manera, se manifiestan en todos los haceres teóricos.

Incluso el cuadro de alguna de estas creencias sufre variaciones al compás de las variaciones de los contextos de otras disciplinas que pueden adoptarse como instrumentos operativos. Así, el pitagorismo parte de que para la comprensión y captación del cosmos, éste parti-

cipa del mundo de las ideas, de las formas puras. En un primer momento, ello se manifiesta en la captación de la proporcionalidad —y no sólo en la ciencia, sino en el arte, en la técnica— y, consecuentemente, se presenta el factor numerológico como clave cultural y científica; en un segundo momento, no es la proporción sino la ecuación y, con ella, la ciencia se desarrolla en torno al Cálculo —basta notar la importancia central de las ecuaciones diferenciales, por ejemplo, y no sólo para el aspecto puramente operacional sino para la concepción determinista—; en un tercer momento, es la estructura formal definida axiomáticamente y, con ella, en los terrenos especulativos, la importancia de la lógica para la explicación científica.

Sin entrar en este campo, muy amplio y cuestionado —principalmente por quienes se consideran científicos objetivos, positivistas y lógicos, y que conduce, por ejemplo, al rechazo del mesmerismo estimándolo como especulativo, acientífico, sin ver que precisamente es el contexto que posibilita los trabajos «científicos» de Ampère y Oersted, o al rechazo del platonismo y la magia sin ver que condicionaron los trabajos galileanos y newtonianos...—, me limito a indicar que es en el campo teórico, por su propia condición, por la previa creencia que lo posibilita de unificación aparentemente sistemática y deductiva y, en el fondo, globalizadora, en el que surgen conexiones inesperadas, que no hacen otra cosa que reforzar algunas ideas implícitas previas. Así, el que fenómenos aparentemente dispares se formulen matemáticamente igual, conduce a estimar que los mismos —que como fenómenos en su hacer empírico concreto son radicalmente distintos— se unifiquen en un mismo hacer teórico buscando unos principios que puedan ser comunes. Es proceso que incide en la obtención de leyes generales pero que, a la vez, refuerza la convicción previa, implícita, en la homogeneidad de la materia. Igualmente, el que elementos instrumentales que aparecen en el estudio de un campo determinado surjan en otro hacer distinto, permite reforzar la convicción de que el cosmos viene regido por unas formas puras, independientes al trabajo transformador de una de esas componentes del cosmos...

Y estos elementos instrumentales comunes son los que pueden, incluso, servir de soporte común para una posible comparación de los distintos cuadros ideológicos en los que se elaboran las teorías científicas. Aquí intervienen, una vez más, la Lógica y la Matemática: cabe enfocarlas como parte esencial, instrumental, de ese posible soporte común que posibilite la comparación. Y ello porque el papel que juega la Matemática, aun en su mera instrumentalización, no es papel

inocuo —y no sólo en cuanto Matemática con su influjo en el contexto ideológico de creencias racionalizadas, sino en cuanto Matemática-ciencia, y volveré a ello—, lo mismo que el papel deductivo con sus ritos asociados. Es gracias a este último por el cual se obtienen nuevas proposiciones formales que, particularizadas, constituyen los modelos de las proposiciones empíricas sometibles a la falsabilidad contrastante de la experiencia; pero, mucho más importante, son instrumentos que dotan de carácter predictivo a la empresa científica por la posibilidad de que puedan establecerse las propias leyes en formulación matemática —lo cual implicaría nueva influencia en la ontología de base en el sentido de que dichas fórmulas matemáticas, como leyes de la naturaleza, se tomaran como todo el auténtico conocimiento teórico, y único posible, de la naturaleza.

Y, por otro lado, al dar el lenguaje matemático un fondo común para los haceres científicos, permite la constitución de criterios de comparación entre cuadros rivales o antagónicos. Así, es con el soporte matemático con el que se logra la comparación entre cuadros como el ptolemaico y el copernicano, diferenciados en una mera transformación afín entre las ecuaciones base; transformación afín que se interpreta físicamente en el sentido de ser, ambas teorías, desde el punto de vista físico, equivalentes. Equivalencia física, que no es operacional en cuanto a simplicidad de cálculo ni en cuanto al contexto ontológico con secuelas como las emocionales e imaginativas...

B. En la empresa científica y sus dos planos esquemáticamente esbozados en A, se parte de una creencia —que circularmente se mantiene y refuerza—: en dicha empresa, y en sus dos planos, se logra un conocimiento objetivo de lo natural —bien de hechos, bien de leyes, según los planos—. Y aunque desde mi punto de vista tales creencias no son consecuentes —porque según he insistido, no se obtienen hechos sino normas o, en todo caso, descripción ya conceptualmente elaborada de la violencia del hombre sobre lo que le rodea en el primer plano, o cuadro racionalizado de un haz de creencias y mitos no contrastables con la experiencia directa, en el segundo plano—, puede admitirse que se obtiene un conocimiento de la interrelación del cosmos consigo mismo, y por la influencia operacional y técnica del primer plano o fase de la empresa científica, dicho conocimiento puede ser calificado de experimental.

Junto a la creencia generalizada anterior existe otra respecto al hacer lógico y al matemático —si es que ambos pueden diferenciarse,

al menos en el enfoque sintáctico, el denominado formal—. Si son ciencias, lo son con estatuto diferente a las experimentales; con ellas no se obtiene saber natural alguno. Su enlace con los fenómenos naturales es, en todo caso, si existe, remoto. Y digo «si existe» porque un empirismo ingenuo parece insostenible en el momento actual, sustituido en todo caso, por un a modo de empirismo genético-epistemológico. Quiero decir, una posición común consiste en la creencia de que debe separarse la Matemática de las demás ciencias y precisamente por carecer de la nota de empirismo que se quiere caracterice a éstas. En todo caso, la posición común consiste en la admisión de que la Matemática permite instrumentalizar a tal empirismo, permite la conversión del hacer empírico en proposicional y, con ello, mediante transformaciones ecuacionales, obtener nuevas proposiciones, pero siempre como meras transformaciones operacionales formales de las primeras. Desde esta creencia común, las proposiciones de la Matemática se adjetivan de tautológicas y se quiere que nada digan del mundo, frente a los juicios sintéticos de que constan las ciencias empíricas, naturales, dependientes de la observación y el experimento y, por ello, revisables y cambiables según la experiencia, convertida en juez que dictamina la validez o adecuación de tales juicios.

En otras palabras, y esquematizando algunas de las creencias, se tiene:

1. Separación, en cuanto a contenido conceptual, entre el conocimiento conceptual y el empírico —incluso rechazando que el hacer matemático posea contenido, sea conocimiento.

2. La Lógica y la Matemática nada dicen del mundo, carecen de objeto y sólo enlazan proposiciones carentes de sentido aunque posean significado.

3. Las proposiciones lógicas y las matemáticas son analíticas y, por ello, válidas en todo mundo posible. Su validez no depende de la experiencia sino de la forma pura y de la deducción.

Son creencias que, como consecuencia, permiten prescindir, por supestantemente resuelto, del estatuto de la Matemática y pasar al análisis, más conflictivo, de los conceptos centrales de la explicación científica —lo cual no significa que dichas hipótesis no se desarrollen ampliamente y, a veces, pretendan ser justificadas partiendo, incluso, de ellas mismas—. En general, quienes vienen desarrollando los cuadros teóricos que justifican estas creencias son o bien filósofos o bien filósofos de formación científica básicamente física; no suelen ser mate-

máticos. Palabras que pretenden una justificación de los posibles enfoques, normales en quienes, por formación, pertenecen a unos contextos intelectuales determinados. Pero hipótesis y creencias que las subtienden que, desde otro contexto más matemático, considero no acertadas como tampoco algunas de las creencias acerca de la empresa científica, conforme al cuadro esbozado en A. Hipótesis y creencias que, en el caso matemático, conduce al mito de que las proposiciones matemáticas posean una validez universal, eterna, reflejo de un mundo trascendente al hombre. Es mito muy clásico y arraigado, convertido en lugar común, acriticamente aceptado, incluso por los matemáticos profesionales —porque ven en ello, entre otras cuestiones, un punto de «superioridad» de su labor respecto a los demás haceres—, no digo entre la minoría en la que se encuentra repartido el más común de los sentidos... Mito que pretendo criticar en los párrafos que siguen y que se concentran en torno a los puntos siguientes:

1. Indicar que la separación en el terreno del conocimiento es arbitraria;
2. Afirmar que la Matemática posee objeto y, por tanto, contenido;
3. Ese objeto presenta una resistencia al matemático, que lo convierte en su «observable», como lo es el fenómeno acotado en la ciencia empírica;
4. La proposición matemática aislada carece de sentido, que sólo cobra en el interior de un contexto o sistema determinado, de manera que en otros contextos es, sencillamente falsa o carente de sentido;
5. El método constructivo matemático es radicalmente empírico, experimental.

Consecuencia inmediata es que el Hacer matemático constituye una empresa científica del mismo tipo que la empresa calificada, por antonomasia, científica. Si, a pesar de ello, queda la sensación de que la Matemática nada dice del mundo, será preciso establecer si es posible o no la relación correspondiente entre sus dos planos y los dos planos en que se escinde la empresa científica.

1. Por lo pronto, la separación entre ambos tipos de conocimiento, empírico y conceptual o teórico puro sólo cabe aceptarse como mera convención lingüística. Porque, si conocimientos, son construcciones realizadas por el hombre en su interrelación con la naturaleza a través de la técnica, de los aparatos creados a este fin, a través de los conceptos previos... Construcciones conceptuales, se les atribuya uno u otro origen. Quiero decir, en el conocimiento empírico hay que

acotar los fenómenos y, en esta acotación, ya se están creando las condiciones de transformación que impiden la utópica creencia de un conocimiento directo de la naturaleza. Si la Ciencia empírica es el resultado de la transformación en proposiciones de una violencia de la naturaleza sobre la naturaleza en una acotación determinada, la misma debe crear, por un lado, conceptos —así los de masa, fuerza, aceleración, campo...— que no indican la existencia en dicha naturaleza transformada de objetos individuales a los que poder aplicar tales conceptos. Y, por otro lado, debe crear relaciones entre dichos conceptos, relaciones que no se dan en la naturaleza y que, sin embargo, son esenciales para que el hombre pueda aprehender algo de sus interrelaciones con la misma; aprehensión dada, precisamente, por el lenguaje funcional en el que expresa la violencia que realiza; relación de proporcionalidad, funcional o estructural que ya no es mera «pintura» de la naturaleza, sino aprehensión conceptual de la transformación de la misma, de unas acciones operatorias.

Incluso cuando en esa violencia se crean supuestos objetos —y menciono partículas como protones, neutrones, electrones...—, muchos de ellos han de ser creados artificialmente —y recuerdo que, de las partículas elementales hasta ahora conocidas la casi totalidad se estima «artificial»— e incluso en dicha creación se llega hasta el caso de dudar, hasta el de rechazar la existencia primeramente admitida de alguno de tales objetos como existentes en individualidad separada —así el protón y el neutrón—, para tratar de justificar, de explicar una serie de fenómenos y enfocar dichos objetos como uno mismo —nucleón— pero con un comportamiento diferente según sea la violencia y el contexto teórico en el cual se estudian y crean.

Pero creo que he insistido ya, en otro lugar, sobre el papel de la experimentación y experiencia asociada, dependientes de hipótesis y cuadros contextuales, a veces implícitos, y del sentido que tiene una afirmación como la de ser la empresa científica un trabajo en el que se van haciendo constantes erosiones al sentido común, a lo previamente admitido. Papel de la observación y experimento que posibilita la obtención de fórmulas cada vez más «precisas» según sean los aparatos técnicos y conceptuales que se vayan poniendo a disposición del investigador en el proceso acumulativo y reorganizativo que supone el conocimiento.

En otras palabras, incluso en el hacer empírico hay ya una creación conceptual y condicionamiento de éste en dicho hacer. Y si se pasa del hacer empírico al hacer teórico, la creación conceptual ya

es absoluta, obteniéndose un conocimiento objetivo que no viene dado directamente por la naturaleza ni es una pintura de la misma —y por ello cabría la posibilidad de otros tipos de ciencia y de captación de los fenómenos, con el mismo rango que el conocimiento natural.

2. Y si la empresa científica constituye una elaboración, una creación de conocimiento objetivo, también cabe la posibilidad de que en esa elaboración, en lugar de partir de un contexto teórico en el cual se tomen como punto de partida las proposiciones formales traducción de las asociadas a las empíricas —a la vez que el cuadro ontológico consiguiente—, se parta de un contexto teórico en el que las proposiciones y conceptos estén asociados a un hacer empírico más estrictamente conceptual, aunque con sus proposiciones empíricas como normas de acción correspondientes, para tratar de obtener una ciencia de dichas acciones empírico-conceptuales, mediante la correspondiente agrupación en sistema teórico deductivo.

Y es aquí donde veo a la Matemática como un hacer científico, con sus dos planos de Hacer empírico y Hacer teórico. Hacer empírico que acota su propio campo de acción que, por supuesto, varía según la técnica conceptual de que se disponga en cada momento y de los contextos ontológicos que provoquen un estatuto epistemológico determinado. Campo que determina la existencia de objeto de la Matemática y que, por poseerlo, no es mero instrumento de transformación de ecuaciones para lograr nuevas proposiciones de una primera dada. Que puede servir para este papel instrumentalizador, indudable, pero no como matemática. Es lo mismo que ocurre con la Lógica, que puede aplicarse a los razonamientos y al discurso, pero dejando de ser Lógica formal para ser lógica aplicada a. Es la distinción ya exigida por los matemáticos como Abel, Galois, Jacobi, Gauss, Grassmann en el primer tercio del siglo XIX y que, finalmente, y tras los trabajos de Klein, de Poincaré, de Hilbert a finales del mismo siglo, permitirían crear la convicción de que existen dos tipos de matemática, de geometría, la pura y la aplicada, siendo esta última terreno propio no ya del matemático sino de quien la instrumentaliza.

Como Matemática pura, como matemática, la misma posee objeto propio, construcción conceptual con un posible origen empírico en el que no entro —origen empírico no basado en la abstracción, o en la psicología, sino en la acción operatoria—. Y si sostengo que el objeto propio de la Matemática es, ahora, la estructura formal en su fase teórica, escindida en sus vertientes topológica, algebraica, recursi-

va, también sostengo que en otros haceres matemáticos el objeto fue el número, espacio, movimiento como en los pitagóricos, o sistemas o teorías parciales como la teoría de funciones de variable real o de variable compleja, o las geometrías sintéticas —como la proyectiva—, analíticas —como las diferenciales— durante el siglo XIX. Y teorías o sistemas parciales, calificados como tales desde una ruptura epistemológica posterior a aquel estado en el cual constituían el objeto total del hacer matemático. Objeto del hacer matemático desde su fase teórica que suponía y exigía un hacer empírico simultáneo: el consistente en ir obteniendo, por ensayo y error, por analogías, por inducción, por intuición o costumbre del matemático, las propiedades fundamentales de cada uno de dichos sistemas. Y he procurado reiterar términos que he utilizado en A, donde puse un ejemplo de proposición empírica matemática obtenida experimentalmente.

Ya la existencia de objeto y la identidad de empresa impedirían una separación en cuanto al conocimiento. Por supuesto, puede mantenerse señalando que el objeto matemático es puramente conceptual, que nada dice acerca del mundo, frente a los sistemas teóricos científicos naturales que, aunque también sean puramente conceptuales, *sí se quiere* que digan algo acerca del mundo. Pero esta posición la considero demasiado limitativa, porque el conocimiento del mundo no se limita a sólo determinadas acotaciones impuestas, de manera arbitraria, a la empresa cognoscitiva. La interrelación hombre-naturaleza da paso a conocimientos conceptuales, objetivos, no limitados por modo exclusivo a sistemas teóricos como la Física, que parten de unas acotaciones que se pretenden precisas, limitativas y que, de mantenerse con la pretensión de exhaustivas, se convertirían no en conocimiento, sino en mayor deformación de la propia imagen de esa naturaleza que intentan, en mito que rechazo, reflejar con identidad.

Un conocimiento racional de proporciones numéricas da paso, por ejemplo, a una disciplina teórica como la musical donde, junto al hacer empírico o productor de sonidos —que no se encuentran en la naturaleza y que el hombre, por ello, ha de crear— o de partituras, se encuentra el hacer teórico de causas por las cuales se esboza la armonía, las escalas, el ritmo, el color tonal..., según las características fundamentales con las cuales puede enfocarse «musicalmente» el sonido. Sonido como onda atmosférica con su propagación material, quiero decir, con las cinco notas características de frecuencia, amplitud, duración, forma y dirección, que también son estudiadas en una parte de la Física, en la Acústica, pero que, al cambiar de

contexto y estudiarlo ahora en el musical, se produce un nuevo tipo de fenómeno y, con él, de conocimiento. Y este nuevo tipo de hacer teórico, junto al propio hacer empírico no son inocuos como tampoco lo era el de la empresa científica, porque inciden, a su vez, en la técnica, exigiendo de ésta la confección de los instrumentos que posibiliten su actuación. Hacer musical, con sus dos fases, que también produce conocimiento del mundo, al dar conocimiento no sólo de su propio contexto, sino incluso de otros, como el de los sentimientos, al menos, que una parte de ese mundo posee o transforma mediante la cristalización del hacer correspondiente. Que en él no intervengan conceptos como masa, volumen, campo, intensidad..., o de intervenir lo hagan con otro sentido distinto al que poseen en el campo físico o químico; que no puedan sistematizarse en cadenas deductivas algunas de sus proposiciones, por el momento, no equivale a que no sea conocimiento de lo natural, sino que es conocimiento conceptual y metodológicamente diferente, y en parte complementario del anterior.

Pero con ello también indico que a algunos de los conocimientos se les ha conferido una connotación ajena a los mismos mediante una valoración sociológica, mediante una «dignificación» de la empresa científica parcial, en perjuicio de los demás compartimentos de la misma superestructura cognoscitiva. Valoración sociológica deformante, incluso, de aquello que pretende valorar. Son creencias que conlleven, insisto, cargas sociológicas en el sentido de que permiten una aparente mayor rentabilidad económica mediante su identificación con la técnica. Identificación que, por otro lado, considero errónea conceptualmente, y pertenece como componente a uno de los mitos que entorpecen a «la» ciencia y lo científico.

3. Manteniendo la diferencia, aunque en otro terreno, podría insistir en el hecho de que en la ciencia empírica la acotación de un fenómeno y la violencia sobre el mismo no son inocuas y, además, en esa acotación y violencia el fenómeno presenta una resistencia, hasta para su destrucción. Es una versión de la tradicional dicotomía sujeto-objeto. Ahora bien, este argumento sería válido para quien jamás hubiera intentado hacer matemática —no digo, simplemente, pensar—. El fenómeno conceptual presenta una resistencia y una objetividad aún mayores que la del fenómeno físico material, y precisamente por esta resistencia, se convierte en una de las claves de la tendencia del idealismo a mantener la existencia eidética de dichos

fenómenos, la existencia de un mundo trascendente al hombre que sólo puede llegar a descubrirlo, cuando en realidad tal resistencia viene dada por el tipo de creación conceptual.

Así, se invita al intento de variar las proposiciones relativas a los triángulos —y no se pretenda que las mismas se encuentren ya implícitas en la definición de triángulo, problema de definición a cuya resolución se invita, con su formalización correspondiente, a aquellos lógicos que sostienen el carácter tautológico-analítico de la matemática y que, por ello, mantienen que tales propiedades no son otra cosa que meras consecuencias deductivas de la definición y de los primeros principios...—, o simplemente a encontrar las fórmulas generales que indiquen la suma de los  $n$  primeros números naturales, de los  $n$  primeros cuadrados, cubos... Esta última labor es a la que se dedicaron los géómetras de los siglos XVI y XVII, entre los cuales merece atención Pascal, con su triángulo aritmético y la creación, mediante su uso puramente experimental, de las primeras propiedades de los números combinatorios; aunque será Jacques Bernoulli, comienzos del siglo XVIII, quien logre dar una expresión general de dichas sumas mediante el descubrimiento de unos números racionales, los «números de Bernoulli» que *poseen* una serie de propiedades aritméticas fascinantes con enlaces tanto con la astronomía —mediante el desarrollo en serie de Taylor de la función cotangente—, como con la función zeta de Riemann... Y he escrito 'poseen' y 'descubrimiento', porque guste o no, tales números poseen estas propiedades y quizá algunas otras aún no conocidas. En alguna introducción a la Teoría clásica de números se indica, con un a modo y especie de sorpresa: «Parece que el inventor no ha encontrado su ley tan notable más que por inducción pura, sin verdadera demostración, y de alguna manera experimentalmente. Esta marcha es frecuente entre los espíritus creadores, en teoría de números». En cualquier terreno de la Matemática, habría que decir, y sin sorpresa, porque es lo que ocurre. Labor auténticamente experimental, y con un esfuerzo de tanteos, de ensayos y errores, de cálculos, al que se dedican los matemáticos intentando dominar un tema durante años y que muestra una resistencia total a ese dominio, resistencia que impide su propia destrucción y que hace que el matemático posea su propio «observable», como lo tiene el físico o el científico natural.

Resistencia que puede vencerse, en ocasiones, con sólo cambios de contexto ideológico y epistemológico, con lo que en otros lugares he denominado rupturas epistemológicas. Y, para seguir con ejem-

plificaciones, bastaría indicar cómo la búsqueda de las resolventes de las ecuaciones algebraicas, con resistencia de siglos a los mejores matemáticos, encuentran solución mediante una inversión conceptual y metodológica que permite dar cuenta de esa resistencia.

4. Las consideraciones anteriores conducen al tercer punto que indicaba al comienzo de esta sección respecto a la atribución de analiticidad a las proposiciones matemáticas. Atribución que no es ni deja de ser acertada o errónea, sino que carece de sentido. Y ello porque las proposiciones matemáticas, además de poseer un significado y un sentido, lo poseen en el interior de un contexto y no aisladamente. Pongo unos ejemplos:

a) Los números de Bernoulli alcanzan su significado en el interior de aquello donde se originan, la teoría de números; que posteriormente, al penetrar en la astronomía, en el desarrollo de algunas fórmulas, vuelvan a encontrarse tales números, no hace otra cosa que indicar un enlace de esa astronomía con dicha teoría de números, enlace motivado por la instrumentalización que el matemático emplea en dicho estudio. Las herramientas son las mismas y es consecuente que aparezcan, en ocasiones, alguna de sus componentes. De lo contrario, los números de Bernoulli, tomados independientemente, carecen de sentido. Y permítaseme que mencione a algunos de tales números, a los primeros, por si alguien que no los conozca encuentra algún sentido en ellos, dados así, directa, aisladamente e incluso encuentra su ley de formación:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{30}, \frac{1}{42}, \frac{1}{30}, \frac{5}{66}, \frac{691}{2730}, \frac{7}{6}, \frac{3617}{510}, \frac{43867}{798}, \dots$$

b) Por no salir de la teoría de números elemental y clásica, una proposición como la que afirma que todo número puede descomponerse factorialmente de manera única —salvo en el orden de los factores y de las unidades— aparece demostrada por Euclides. Pero resulta que es proposición válida únicamente en determinadas estructuras. Así, en el anillo de los enteros, en el cuerpo de los reales. No es cierta en otros cuerpos, como en algunos ciclotómicos. No es, por consiguiente, una proposición válida para todo tiempo y lugar, salvo para unos determinados contextos. Intentando mantener dicha proposición pueden crearse otros campos numéricos, en los cuales se exige pasar de elementos a clases de dichos elementos, a los números

ideales o simplemente ideales de un anillo y redefinir las operaciones existentes entre los elementos para dichas clases. Salto conceptual que es el efectuado tras los trabajos de Kummer, Kronecker, Dedekind... y en el cual un término como 'número' pasa a designar una clase de números... El contexto será quien determine la significación de los términos a emplear y la validez o no de la proposición correspondiente.

c) En teoría de funciones se admitía la «verdad» de una proposición que establecía que toda sucesión poseía límite único. Tras los trabajos de Abel, de Cauchy, tal proposición quedó en entredicho siendo válida en determinados casos, inválida en otros y carente de sentido en los más. Ahora se sabe que la proposición sólo es válida en determinadas estructuras, en los espacios compactos. Si el espacio topológico no satisface la condición de separación de Hausdorff una sucesión de elementos de dicho espacio puede poseer más de un límite, o no tener ninguno.

La validez de esta proposición, como la de las anteriores, como la de todas las proposiciones del hacer matemático, depende del contexto, de la estructura para la cual se haya construido. Pero la consecución de dicha proposición, de las delimitaciones de los campos en los cuales puede ser verdadera no se ha logrado de sólo un trabajo de descubrimiento. Ha exigido fallos, errores, contraejemplos...; ha exigido el trabajo de muchos matemáticos afanados con un objeto «observable» —dado en cada caso por el contexto en el que se estuviera trabajando: teoría de números, geometría, teoría de funciones...—, durante muchos años, determinando las fronteras de validez de cada una de las proposiciones, revisando el enunciado de las mismas cuando era preciso.

Y es éste hecho el que elimina la afirmación de que las proposiciones matemáticas poseen validez para siempre porque, de hecho, varían en tiempo y lugar y, fundamentalmente, su validez depende del contexto en el que se formulen. Es claro que, para ese contexto, su validez será eterna. Pero esta afirmación es un truismo. Porque en este caso toda proposición experimental es válida para todo tiempo y lugar, naturalmente en el contexto en el cual es válida. La ley de Boyle se satisface siempre que se satisfagan las condiciones contextuales y técnicas en que la misma fue creada; de aquí que sea válida para todo tiempo y lugar en los cuales se verifiquen dichas circunstancias.

Quiero decir, quien admite la validez de las proposiciones matemáticas enfocándolas como logradas de una vez para siempre y no revisables a la luz de trabajo experimental alguno, aunque sea conceptual, no hace otra cosa que admitir un truismo en forma de principio de identidad. Consecuente, debía admitir el mismo truismo para las proposiciones que enfoca como científico-naturales, como traducciones de proposiciones empíricas.

La atribución de analiticidad, bien como carente de sentido, bien como proposición verdadera por sólo su forma, bien como válida para todo tiempo y lugar, carece, así, de sentido respecto a las proposiciones matemáticas, tomadas aisladamente. Proposiciones que sólo poseen sentido en el interior de un contexto, de un sistema o cuadro teórico al cual pertenezcan.

5. Junto a las razones de los puntos anteriores —que hacen referencia a la existencia de objeto y su resistencia, a la continuada transformación de las proposiciones matemáticas y a su validez sólo posible en el interior de un sistema determinado— se puede agregar el carácter experimental del trabajo matemático, en sus dos planos, hacer de proposiciones, creación y demostración en el interior de una teoría y el hacer teórico correspondiente caracterizado por el método axiomático.

Respecto al primer plano, el hacer empírico, he puesto un ejemplo elemental en A 1.2.; he indicado el método de Pascal, de Bernoulli, el de creación de números ideales... Podría continuar con cualquier otro tema matemático o esbozar más ampliamente el trabajo de Kummer, por ejemplo, con esa introducción de números ideales para mantener la factorización única al comprobar que ésta no se satisface para todos los cuerpos, cuestión que por no tenerla en cuenta y admitir la validez de tal factorización única como proposición verdadera en sí, invalidaba a Lamé en su demostración de 1839 respecto al teorema de Fermat. Kummer consigue demostrar que dicho teorema se satisface para los primos regulares y, mediante un trabajo de mera computación empírica «descubre» que los números 37, 59 y 67 son primos irregulares —hoy se sabe que son los únicos que hay menores que 100—... Trabajo experimental en Teoría de números, trabajo experimental el intento de solución al problema de tres cuerpos de Poincaré, o el de Cantor en su teoría intuitiva de conjuntos...

En el segundo plano, en el Hacer teórico, puede citarse el trabajo de Dedekind al sistematizar la teoría elemental de números o al

crear la teoría de cortaduras para los números reales. La declaración de Dedekind es explícita en ambos casos. Considera todas las propiedades ya obtenidas de los números como su «observable» y lo que pretende es hallar la estructuración que las soporta, las propiedades esenciales por las cuales puede admitirse dicha estructuración como dada y por la que se diferencie de otras construcciones. Las propiedades que Dedekind encuentra como esenciales para los números naturales serán tomadas por Peano como axiomas de la Aritmética elemental; las que Dedekind obtiene para los números reales serán retomadas posteriormente como los axiomas para el cuerpo ordenado arquimediano de los números reales. Trabajo teórico, globalizador de encontrar la estructura a la que responden las proposiciones formales traducción de las empíricas y donde éstas alcanzan precisamente su condición de validez. Pero el trabajo de Dedekind no es único y se puede plasmar en el lema de Abel: «hallar la razón». Es el mismo tipo de trabajo que posteriormente realizó Bourbaki, quien explícitamente indica el carácter empírico de su empresa al aceptar como dato de observación el contenido total de la matemática anterior a 1939. Observación condicionada, por supuesto, porque se quiere observar, mediante el método axiomático, la existencia de unas estructuras constituidas en objeto propio del hacer matemático. Y, por ello mismo, Bourbaki logra hallar tales estructuras primarias como constituyendo la arquitectura de todo el contenido de la matemática existente. Sistematización que, claramente, no es inocua porque supone, en realidad, un salto epistemológico que da paso a un nuevo tipo de hacer y no sólo un mero trabajo de sistematización. Salto por el cual, como acompañamiento obligado, se originan nuevas proposiciones y nuevas construcciones o sistemas teóricos. Trabajo pragmático, experimental, que a su vez influye en el hacer empírico originando nuevos contextos en el que se tienen que crear nuevas proposiciones...

6. Con todo ello, y en resumen de lo establecido en B, puede afirmarse que la Matemática, como empresa de trabajo conceptual, es un hacer científico con sus dos planos, empírico y teórico, con su objeto y método propios. Hacer en el que las proposiciones se obtienen por observación y experimentación, con ensayo y error, analogías..., es decir, son producto de la acción del hombre con su entorno, son revisables y contrastables o falsables en cada estructura particular en la que se realizan. A su vez, en el plano teórico, en cuan-

to a la sistematización o estructuración, se hace uso de una serie de creencias que condicionan la forma en que dicha sistematización se plasma.

Por supuesto, como todo conocimiento conceptual puede ser utilizado como instrumento en otros haceres, pero esa instrumentalización es, en cierto aspecto, independiente a su objetivo primario. Que sirva como vocabulario base para la Física no significa que su función se centre en dicha instrumentalización. Lo mismo que el conocimiento conceptual físico puede estimarse como instrumento para la Técnica, aunque su función primaria no sea tal instrumentalización. Incluso desde este punto de vista, distintas teorías matemáticas particulares pueden estimarse como herramienta para otras teorías particulares matemáticas —así, la teoría de grupos para la geometría—, sin que ello signifique que la teoría de grupos no sea una teoría propia, en sí, campo de hacer independiente y, por ello mismo, aplicable a teorías distintas de las geométricas...

Es claro que esta instrumentalización no es inocua para aquella disciplina que la tome como base. Al estudiar el flujo de un campo eléctrico a través de una superficie hay que recurrir a un teorema como el de Gauss que nos indica que dicho flujo es el cociente entre la carga y la constante dieléctrica del medio. Ahora bien, resulta que una inmediata consecuencia, no experimental, no física sino matemática, es hacer la hipótesis de que el medio sea vacío para obtener una expresión más elegante, pero radicalmente carente de sentido desde el enfoque de lo «natural», y tampoco consecuencia directa de una deducción o demostración estrictamente formal. Igualmente, la instrumentalización matemática conduce a aplicar el teorema de Gauss a casos tan «experimentales», a casos que nos dicen tanto acerca del mundo, como el de hallar el campo eléctrico creado en un *punto* exterior a una esfera, o bien a calcular el campo creado por un *plano infinito* cargado *uniformemente*... Temas todos, por no seguir con la naturalidad de los gases «ideales», de Física y de Física «experimental», que jamás podrán ser verificados experimentalmente porque surgen de la instrumentalización sufrida por el uso de la Matemática. Y, a pesar de ello, continúa afirmándose que tales proposiciones nos dicen algo de lo natural. Pero bien entendido que, aun matematizadas, tales proposiciones no son temas del hacer matemático, sino del Físico.

Lo único que pretendo aquí es indicar que el lenguaje en el que se expresan las relaciones del hacer empírico, al constituir ya una pre-

via conceptualización y formalización, condiciona radicalmente dicho hacer empírico. Y, con él, condiciona igualmente a los cuadros contextuales de creencias que rodean a dicho hacer. En otras palabras, en esta instrumentalización veo la influencia inversa a la sufrida por el hacer respecto a las creencias: también esas creencias vienen consolidadas o modificadas por el producto de este hacer que no es inocuo para la sociedad en el que se realiza.

Igualmente, aquí incide la armonía preestablecida entre el hacer matemático y el conocimiento natural, porque es gracias a ese hacer como instrumento con el cual pasamos a obtener las proposiciones empíricas y, por traducción, las proposiciones formales en las cuales se sistematiza el conocimiento «natural». En este último, de una manera u otra, tiene que aparecer lo previamente puesto, además de que, en todos los casos, el conocimiento no es otra cosa que un producto de la actividad, de la interrelación del hombre, de una parte de la naturaleza con lo que le rodea, con el resto de dicha naturaleza. Y una de las partes de la acción es la misma, actúe en el terreno «natural» o en el conceptual, si es que ambos pueden desgajarse radicalmente entre sí —y basta mencionar la necesidad del elemento escrito o del fónico, materiales, para la cristalización del conocimiento, junto a la necesidad de los conceptos para la cristalización de lo natural...

C. A pesar de todo lo dicho puede quedar la sensación de que la Matemática sigue sin decir nada del mundo, lo cual no ocurre en las restantes ciencias experimentales, aunque en ellas se trate de cargas puntuales, de planos infinitos, del vacío... Puede quedar la sensación de una excesiva formalización de la Matemática, aunque por el método sea empírico-axiomática, posea objeto observable... Desde mi punto de vista esta sensación es ajena, o debe serlo al menos, a lo propiamente conceptual. Quiero decir, de los dos planos en que se me presenta escindida la empresa científica, no hay diferencia alguna respecto al plano teórico entre esta empresa científica y la Matemática, como construcciones globalizadoras pretendidamente racionalizadas de haces de mitos y creencias coordinados con las traducciones proposicionales de las normas de acción en el hacer empírico y en el descriptivo. Construcciones en las cuales la imagen o representación cartográfica es secundaria, incluso deformante si se la toma en sí y no como ayuda, obligada ayuda, ciertamente, pero enajenada del puro plano conceptual y teórico.

En cuanto al primer plano, el del hacer manipulador, del hacer empírico con su ciencia empírica asociada, la necesidad de la acción manipuladora y de objeto sobre el cual y con el cual manipular, se me presenta como la misma en ambas empresas: las proposiciones empíricas se muestran como normas de acción sobre objetos materiales o sobre signos y proposiciones previas. Que, en este plano, se dote de una «realidad» mayor a un cordón metálico por el cual «pase la corriente», que a un lápiz y papel con los que construir los signos y representar una propiedad determinada, es una cuestión que no me atrevo a dilucidar... Según tal atribución se tendría el punto en el que se concentraría el mayor o menor contenido natural de la ciencia frente a la matemática. Y ello porque, e insistiendo nuevamente, en la ciencia empírica asociada a la manipulación de un fenómeno se tiene: a) que ninguna ley experimental procede de la observación y manipulación puras, sino de la previa confección de hipótesis, de elementos observables que, por otro lado, también poseen las leyes matemáticas primarias; b) como se ha de acotar el fenómeno, ninguna ley puede reproducir, descriptivamente, dicho fenómeno en su totalidad, sino que sólo puede estimarse como reproducción de una ficción, por lo que, en realidad, no son verificables empíricamente salvo en aproximaciones más o menos groseras dados los elementos de idealización y conceptualización introducidos. En otras palabras, la empresa científica no la considero como una labor descriptiva o meramente reproductiva de lo natural, sino que, en sus dos planos, estriba en una aprehensión conceptual de las acciones de una parte de la naturaleza sobre ella misma, sean esas acciones sobre fenómenos acotados o sobre productos conceptuales previos que son tan naturales como los primeros. Palabras que pueden atribuirse correctamente a la empresa matemática.

JAVIER DE LORENZO